

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе
Сибирского отделения Российской академии наук

На правах рукописи

Карелин Вадим Александрович

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОСА В СЛОЕ УГЛЯ ПРИ
ВОЗДЕЙСТВИИ СВЧ-ИЗЛУЧЕНИЯ**

1.3.14 – Теплофизика и теоретическая теплотехника

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук
Саломатов Владимир Васильевич

Новосибирск – 2022

Оглавление

Введение.....	4
ГЛАВА 1. Обзор литературы	11
1.1 Свойства микроволновой обработки угля.....	11
1.2 Механизм взаимодействия микроволн с органическими материалами.....	13
1.2.1 Влияние электрической составляющей электромагнитной волны на нагрев	14
1.2.2 Влияние магнитной составляющей электромагнитной волны на нагрев ...	15
1.3 Глубина проникновения микроволн	16
1.4 Факторы, влияющие на эффективность микроволнового нагрева.....	17
1.5 Обзор моделей микроволновой обработки материалов	25
1.5.1 Модели СВЧ-нагрева и сушки.....	25
1.5.2 Микроволновый нагрев и сушка пористого материала	28
1.6 Выводы по главе 1.....	42
ГЛАВА 2. Исследование состава угля, электрофизических и теплофизических свойств.....	44
2.1 Исследование состава угля и теплофизических характеристик.....	45
2.1.1 Приборы и методы исследования.....	45
2.1.2 Анализ элементного состава	47
2.1.3 Анализ температуропроводности.....	48
2.1.4 Результаты экспериментов.....	49
2.2 Исследование электрофизических свойств угля.....	51
2.2.1 Приборы и методы исследования.....	51
2.2.2 Изучение состава и подготовка образца угля Таловского месторождения	54
2.2.3 Изучение зависимости электрофизических параметров от влажности и температуры.....	55
2.2.4 Измерение проводимости угля Таловского месторождения.....	57
2.2.5 Полученные результаты	57
2.3 Выводы по главе 2.....	60
ГЛАВА 3. Моделирование свч-обработки угольного слоя	62
3.1 Постановка задачи нагрева и поиск аналитических решений	62

3.1.1 Постановка задачи по СВЧ-прогреву плоского угольного массива.....	62
3.1.2 Решение задачи СВЧ-прогрева плоского угольного массива	64
3.1.3 Малые Fo (большие s).....	66
3.1.4 Большие Fo (малые s)	73
3.2 Моделирование процесса микроволновой сушки	77
3.2.1 Постановка задачи СВЧ-сушки плоского угольного массива	77
3.2.2 Решение задачи СВЧ-сушки плоского угольного массива.....	80
3.3 Выводы по главе 3.....	87
ГЛАВА 4. Численное моделирование свч-обработки угольного слоя.....	90
4.1 Учет переменных теплофизических и электрофизических свойств.....	90
4.1.1 Этап нагрева	90
4.1.2 Этап электромагнитной сушки	92
4.2 Постановка задачи СВЧ-нагрева и сушки плоского угольного слоя	97
4.3 Модель тепло- и массопереноса.....	98
4.3.1 Модель пористого тела	98
4.3.2 Скорости фаз внутри угля.....	99
4.3.3 Закон сохранения массы	100
4.3.4 Закон сохранения энергии	101
4.3.5 Граничные условия.....	101
4.4 Поглощенная микроволновая мощность.....	102
4.5 Численный расчет задачи СВЧ-нагрева и сушки, сравнение с результатом аналитического решения	102
4.6 Результаты	103
4.7 Выводы по главе 4	108
Заключение	109
Список публикаций по теме диссертации	110
Список обозначений.....	113
Список литературы	115

Введение

Актуальность темы. Добываемый с поверхности или из глубин уголь крайне редко обладает пригодной для дальнейшего использования формой. В связи с этим улучшение угля до необходимой степени становится всемирной задачей. Это подразумевает серию физических и/или химических методов удаления определённых компонентов из угля и улучшения его качества до уровня, пригодного для рынка. Технологии, используемые в обработке угля, различаются, тем не менее можно выделить четыре основных этапа: предварительная обработка, сепарация, сушка и утилизация отходов.

На стадии предварительной обработки добытый уголь измельчается с целью отделения минеральной части, затем его пропускают через серию сит с получением мелкодисперсных частиц для следующего этапа обработки. Так как уголь и минеральная часть обычно имеют большую разность в физических характеристиках (твёрдость, плотность), существует множество методов для их разделения.

Для обогащения угля используются две основные техники: гравитационная сепарация, основанная на различии в плотностях между углём и минеральной частью, а также флотация, основанная на разности в свойствах поверхности между углём и минеральной частью.

Важным этапом в подготовке угля, повышающим его теплотворную способность, является эффективная сушка.

И, наконец, самым сложным и дорогим этапом в обработке угля является утилизация отходов.

Стоимость подготовки угля зависит от характеристик угля, стоимости утилизации отходов, вместимости завода по подготовке и других факторов. Очевидно, что дополнительные операции по подготовке обычно требуют сложных систем, что ведёт к возрастанию расходов на подготовку.

Вследствие того что уголь очищается методами, использующими влагу – гравитационная сепарация и/или пенная флотация на большинстве станций – концентрации влаги в углях обычно содержится в пределах 12-25% в зависимости от доли мелкого угля. Чем меньше размер частиц, тем больше содержание влаги из-за большей площади поверхности, увеличивающей запас влаги. Наличие большой влажности влечёт за собой снижение эффективности работы котла.

Снижение влажности до 10 – 15 % возможно при использовании конвекционного способа сушки, однако этот способ, как правило, не удовлетворяет большинству запросов.

Довольно распространённым способом сушки угля является термическая сушка, при использовании которой тепловая энергия подводится к поверхности через конвекцию, кондуктивность и радиацию.

Одним из способов получения требуемой влажности является сушка микроволновым излучением. Механизм микроволновой сушки достаточно сложен и не в полной мере изучен. Микроволновая энергия поглощается двумя механизмами: ионная проводимость и дипольная релаксация. Дипольная релаксация является основным механизмом для веществ с высокой влажностью. При помещении диэлектрического материала в электрическое поле, ионы, атомы и молекулы возбуждаются и движутся под действием электрического поля, вследствие чего происходит их столкновение и преобразование кинетической энергии в тепловую. Данный процесс можно объяснить наличием во влажных материалах большого количества дипольных молекул, выстраивающихся вдоль электрического поля и вращающихся со значительной скоростью, их трение и вызывает преобразование энергии.

По сравнению с указанными ранее способами сушки микроволновая сушка обладает следующими особенностями: 1) объёмный нагрев; 2) селективный нагрев, при котором происходит автоматическое регулирование сушки, в результате чего в уже высушенных областях отсутствует использование энергии; 3) низкая инерционность.

Распределение температуры в образце при микроволновой сушке имеет большое значение, так как уголь по своей структуре неоднороден, вследствие чего отдельные его компоненты обладают высокой способностью поглощения микроволнового излучения, в то время как другие компоненты для СВЧ прозрачны и между различными компонентами происходит теплообмен. Следовательно, микроволновая сушка является гибридным процессом, включающим в себя проводимость и конвекцию. Даже для чистых материалов внутренняя температура может быть выше, чем поверхностная температура для микроволнового нагрева, приводящая к обратному температурному градиенту и в результате – к изменению температуры в процессе сушки внутри образца.

Хотя прямой нагрев микроволнами может дать много преимуществ над конвекционной сушкой, отличительный механизм передачи энергии в микроволновом нагреве приводит к нескольким новым трудностям, связанным с неравномерным нагревом и поглощением МВ-энергии, изменениям электрофизических и теплофизических свойств в ходе обработки и др. Эти особенности могут существенно повысить энергозатраты и снизить эффективность микроволновой обработки.

Моделирование процессов СВЧ-нагрева и сушки позволит определить распределение температуры по глубине угольного слоя с течением времени, а также оценить интенсивность сушки и др., что в конечном итоге позволит получить оптимальные режимы обработки с наименьшими временными и энергетическими затратами, что и определяет актуальность данной работы.

Целью настоящей работы является теоретическое исследование тепло- и массопереноса в слое влажного угля при воздействии микроволнового излучения, а также оценка влияния теплофизических и электрофизических свойств угля на характеристики протекания процесса сушки. В соответствии с указанной целью были поставлены и решены следующие задачи:

- Разработка аналитического решения в задаче нелинейного тепло и массопереноса при микроволновом нагреве и сушке в слое угля, позволяющего

адекватно описывать температурные поля угольного слоя, а также вычислять временные характеристики влагоудаления.

- Разработка математической модели микроволнового нагрева при сушке плоского слоя угля, описывающую процессы тепло- и массопереноса, с учетом зависимости теплофизических и электрофизических свойств последнего от температуры и влажности.

- Определение по результатам экспериментов теплофизических (λ , c , ρ , α) и электрофизических (ϵ' , ϵ'' , $\operatorname{tg}\delta$) характеристик угля, с учетом их зависимости от температуры и влажности угля.

Научная новизна.

1. Созданы модели процессов микроволнового нагрева и сушки плоского угольного слоя, позволившие получить новые приближенные аналитические решения, позволяющие с высокой точностью определить влияние различных параметров процесса, таких как величина напряженности электрического поля, время обработки и др. на интенсивность нагрева и сушки, а также определить время и место начала процесса сушки, определить время завершения сушки. Данные решения продемонстрировали высокую точность по сравнению с численными методами.

2. Впервые были проведены численные расчеты процессов тепло- и массопереноса в ходе СВЧ-нагрева и сушки бурого угля Таловского месторождения, учитывающие изменяющиеся в ходе процесса теплофизические, электрофизические свойства данного вида топлива.

3. Были измерены малоизученные электрофизические свойства бурого угля Таловского месторождения и их зависимости от температуры и влажности образца.

4. Были измерены теплофизические свойства данного вида угля и их зависимости от температуры и влажности.

Теоретическая и практическая значимость.

Полученные приближенно-аналитические решения задач микроволнового нагрева и сушки угля, позволяют провести параметрический анализ с целью нахождения влияния напряженности электрического поля, теплопроводности, удельной теплоемкости, влажности, мнимой и реальной частей диэлектрической проницаемости, толщины слоя угля и др. на интенсивность нагрева и сушки, энергозатраты, стоимость процесса и т.д.

Полученные численные решения задачи СВЧ-обработки с приведенными зависимостями основных свойств угля от влажности и температуры позволяют учесть пористость угля, диффузию влаги и ряд других процессов, влияющих на эффективность процесса обработки, а также могут являться основой для оценки точности решений других моделей.

Полученные экспериментальные зависимости электрофизических и теплофизических свойств угля Таловского месторождения могут быть использованы для дальнейших расчетов и нахождения оптимальных режимов СВЧ-обработки данного вида угля.

Основные положения, выносимые на защиту

1. Приближенное аналитическое решение существенно нелинейной задачи микроволнового нагрева угольного слоя, адекватно описывающую динамику этого процесса.

2. Нелинейная математическая модель процесса сушки угольного массива в условиях микроволнового нагрева. Приближенное аналитическое решение, описывающее процессы тепло и массопереноса, протекающие при сушке угольного пласта в условии радиационно-конвективного теплообмена.

3. Результаты сравнительного анализа значений времен сушки, полученных по результатам численного и аналитического решений соответствующей задачи с учетом влияния зависимости основных теплофизических и электрофизических характеристик от температуры и влажности.

4. Результаты экспериментальных исследований теплофизических и электрофизических свойств угля Таловского месторождения.

Достоверность результатов подтверждена сравнением с экспериментальными и теоретическими данными других исследователей, а также воспроизводимостью полученных экспериментальных результатов и постановками специальных численных расчетов.

Личный вклад соискателя.

Построение и решение задач микроволнового нагрева и сушки проведены при непосредственном участии автора. Численные решения методом конечных элементов, оценка точности полученных приближенных аналитических решений были проведены лично автором. Эксперименты по измерению теплофизических характеристик и их зависимостей были проведены при непосредственном участии автора. Эксперименты по измерению электрофизических характеристик были поставлены и проведены лично автором. Обработка экспериментальных результатов, их анализ проведены лично автором.

Апробация работы.

Результаты, полученные в ходе выполнения данной работы, были представлены на следующих конференциях: Международная научно-техническая конференция студентов и молодых ученых (Новосибирск, 2017); XXXIII Сибирский теплофизический семинар (Новосибирск, 2017); 12-th International Conference «Two-Phase Systems for Space and Ground Applications» and the 2nd International School of Young Scientists «Interfacial Phenomena and Heat Transfer» (Novosibirsk, 2017); The 3rd Int'l Conference on Microwave and Terahertz Technology (Bangkok, 2018); XXXIV Сибирский теплофизический семинар (Новосибирск, 2018); 12th ECCRIA The European Conference on Fuel and Energy Research and its Applications (Cardiff, 2018); III Всероссийская научная конференция с элементами школы молодых учёных «Теплофизика и физическая гидродинамика» (Ялта, 2018); V Всероссийская научно-практическая конференция молодых ученых и специалистов «Материалы и технологии XXI века» (Бийск, 2019); 17th

International Conference on Microwave and High Frequency Heating: AMPERE (Valencia, 2019).

Публикации.

По теме диссертации опубликовано 20 работ, включая 12 статей, в том числе 11 статей – в изданиях, входящих в перечень ведущих рецензируемых журналов и изданий, рекомендованных ВАК, Scopus, WoS.

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения, 4 глав, включающих в себя обзор литературы, заключения и библиографии. Работа изложена на 119 страницах, содержит 52 рисунка и 5 таблиц. Список литературы включает 55 наименования работ.

Глава 1. Обзор литературы

1.1. Свойства микроволновой обработки угля

Микроволны – это высокочастотные волны в диапазоне 300 МГц-300 ГГц, с соответствующими длинами волн от 1 м до 1 мм. В этом диапазоне есть частоты, которые обычно используются для мобильной связи, радаров и телевизионных спутников. Частоты 0,915 ГГц и 2,45 ГГц считаются основными микроволновыми частотами, используемыми для промышленных, научных и медицинских целей. Благодаря быстрому и объемному внутреннему нагреву, СВЧ-обработка на этих частотах используется для нагрева, сушки, плавки различных диэлектрических материалов.

Глубина проникновения излучения на частоте 0,915 ГГц примерно в 3 раза больше, чем для частоты 2,45 ГГц для угольных материалов, и поэтому частота 0,915 ГГц обычно обладает большей эффективностью сушки и меньшей стоимостью использования по сравнению с 2,45 ГГц. С другой стороны, для частоты 0,915 ГГц весьма сложно получить достаточную мощность с малым разбросом по частоте, поэтому необходимы дополнительные устройства для контроля разброса частоты, что усложняет процесс, увеличивая его стоимость. Поэтому частота 2,45 ГГц используется для микроволновой печи, вместо частоты 0,915 ГГц – в силу своей экономичности и практичности.

Обширные исследования были проведены в изучении эффектов воздействия микроволновой радиации на уголь. Что касается производства измельчённого угля для угольных теплоэлектростанций, то это весьма энергозатратный процесс. Улучшение размола (снижение размера частиц) приводит к уменьшению затрачиваемой на измельчение угля энергии. В связи с возможными преимуществами в этой области было проведено большое количество исследований. Было показано, что предварительная обработка угля микроволновым излучением улучшает измельчаемость угля. S. Marland, B. Han,

А. Merchant и др. [1] продемонстрировали, что показатель BondWork Index, который связывает энергопотребление при дроблении и измельчении с распределением размера частиц, при коротком воздействии микроволн (650 Вт, 2,45 ГГц) на уголь может быть уменьшен на 30%. Уменьшение индекса BondWork связано с растрескиванием вокруг пирита и давлением, вызванным перегревом воды в порах угля.

Авторами работы [1] также было показано, что микроволновая радиация имеет тот же эффект на теплотворную способность угля, как и конвективная сушка. Низкокачественный уголь (торф, лигнит) более чувствителен к микроволновому излучению из-за высокого содержания влаги. Было высказано предположение, что возможной причиной улучшения измельчаемости угля являются выход газообразных веществ (вода, летучие вещества) и изменение минеральной части, кроме того, что степень эффекта зависит от конкретных свойств самого угля.

Later, Kingman [2] облучили уголь (Thoresby) микроволновым излучением при 8,5 кВт на очень короткое время (0,1 с) для предотвращения повреждения угля или зажигания. Результаты показали, что микроволновое излучение произвело ряд изменений (разломы и трещины) даже при столь кратковременной обработке. Эти разломы отвечают за улучшение измельчаемости угля при дальнейшей обработке. Они предположили, что причиной возникновения подобных трещин является испарение влаги внутри пор.

Seehra и др. [3] изучали сушку образцов тонкой угольной суспензии с помощью конвекционной и микроволновой сушек. Образцы угольной суспензии с разной массой, от 50 до 200 мг, были по отдельности высушены при следующей скорости нагрева 3 °С/мин с использованием конвективной сушки. Микроволновые эксперименты были осуществлены с использованием промышленной микроволновой печи мощностью 800 Вт, частотой 2,45 ГГц. Каждый образец вынимался из печи для взвешивания и затем сразу же помещался обратно. Термогравиметрический анализ (ТГА) показал процентную потерю веса

в зависимости от времени обработки. Сравнительный ТГА продемонстрировал преимущество микроволновой сушки при уменьшении продолжительности сушки почти в 10 раз. Стенд с угольной суспензией, подаваемой на конвейер, продемонстрировал возможность использования данной технологии в промышленных применениях.

Множеством авторов исследовалось влияние микроволн на сероочистку угля. Viswanathan [4] показал, что при селективном микроволновом нагреве пирита, содержание серы обычного британского угля может уменьшиться на 24%, а зольность – на 22,6%. Он также показал, что пирит переходит в пирротит, который обладает лучшими магнитными свойствами (100 раз) по сравнению с пиритом, вследствие чего появляется возможность использовать для дальнейшей обработки магнитную сепарацию.

Uslu и др. [5] было обнаружено, что при добавлении магнетита, который является превосходным поглотителем микроволн, появляется возможность усилить микроволновую сушку и с помощью магнитного разделения удалить пиритовую серу. С добавлением 5% магнетита и одновременном использовании магнитной сепарации при 2 Тесла, после микроволнового нагрева, содержание пирита с серой в угле уменьшалось на 55,11%. Было также обнаружено уменьшение на 21,54% зольности и увеличение на 20,39% теплотворной способности.

Rowson, Rice [6] изучали роль каустического выщелачивания при микроволновой сероочистке углей. Соединения NaOH и KOH являются эффективными поглотителями СВЧ-энергии и приводят к ускоренному нагреву фаз угля/пирита. Авторами сообщается о 60%-м уменьшении содержания серы.

1.2. Механизм взаимодействия микроволн с органическими материалами

Материалы в общем могут быть классифицированы на 3 категории: проводники, изоляторы и диэлектрики. Металлы, обладая высокой электрической

проводимостью, классифицируются как проводники, поэтому падающие на их поверхность микроволны отражаются. Материалы, прозрачные для микроволн (не взаимодействующие), классифицируются как диэлектрики. Материалы с проводимостью в диапазоне от 1 до 10 Ом⁻¹/м особенно подходят для микроволновой сушки.

Процессы сушки для различных компонентов при микроволновой обработке протекают по-разному. Некоторые компоненты хорошо поглощают микроволны и поэтому за короткий период могут легко нагреваться до высоких температур, в то время как другие компоненты с микроволнами не взаимодействуют. Xia D.K. и Pickles C.A. [7] предложили теоретическое обоснование данного явления и пришли к выводу, что микроволновая сушка наиболее эффективна для материалов со средней электропроводностью. Для материалов с высокой электропроводностью характерна малая глубина проникновения микроволн, следовательно, большинство из них отражается. Для материалов с низкой электропроводностью нагрев не эффективен, так как микроволны проходят насквозь.

1.2.1. Влияние электрической составляющей электромагнитной волны на нагрев

Нагрев за счет воздействия электрического поля основан на проводимости и дипольной поляризации:

А) Дипольная поляризация наблюдается для воды и других полярных материалов. Для данного процесса характерно смещение диполя вдоль линий внешнего электрического поля. В силу постоянного изменения направления поля с высокой частотой диполь не успевает перестраиваться, при этом возникает внутреннее трение, способствующее выделению тепла [8].

Б) Нагрев, связанный с проводимостью, происходит за счёт движения заряженных частиц (ионы, электроны и др.) по материалу, под воздействием внешнего электрического поля, что приводит к возникновению

индукционных токов. Столкновение молекул и атомов с заряженными частицами вызывают появление электрического сопротивления [9]. В общем случае эти механизмы работают синхронно и требуются дополнительные исследования для определения вклада каждого из них по отдельности.

Одной из важнейших характеристик является мощность, поглощаемая единицей объёма [10]:

$$P = \omega \cdot \epsilon_{eff}'' \cdot \epsilon_0 \cdot E^2 \quad (1.1)$$

где P – объемная мощность, Вт/м³ в заданной точке; $\omega=2\pi f$, Гц; f – частота падающей волны; ϵ_0 – диэлектрическая проницаемость вакуума, Ф/м; ϵ_{eff}'' – эффективный коэффициент диэлектрических потерь; E – локальное значение напряженности электрического поля, В/м.

1.2.2. Влияние магнитной составляющей электромагнитной волны на нагрев

Данный вид нагрева может превосходить по своей эффективности нагрев электрическим полем для магнитных диэлектрических материалов, некоторых проводящих порошковых материалов [11,12]. К основным механизмам для нагрева магнитным полем относят следующие:

А) Потери, связанные с вихревыми токами. Данные токи можно наблюдать при относительном движении между материалом и внешним магнитным полем. При этом плотность вихревых токов прямо пропорциональна электропроводности материала и электрическому полю, индуцированному переменным магнитным полем. Данный вид нагрева характерен для полупроводниковых и проводниковых материалов [13,14].

Б) Потери на гистерезис происходят за счёт необратимого процесса намагничивания в переменном магнитном поле. Магнитные диполи, находящиеся в переменном магнитном поле, начинают колебаться, что приводит к трению и нагреву материала [15].

В) Потери на резонанс характерны для некоторых оксидов металлов, таких как ферриты и др. Потери обусловлены главным образом резонансом доменной стенки и электронным спиновым резонансом [16,17].

Мощность, поглощаемая за счёт магнитной компоненты электромагнитной волны:

$$P = \omega \cdot \mu_{eff}'' \cdot \mu_0 \cdot H^2 \quad (1.2)$$

где μ_{eff}'' – мнимая часть эффективности магнитной проницаемости; μ_0 – магнитная проницаемость вакуума, Гн/м; H – локальное значение напряженности магнитного поля, А/м;

В самом общем виде поглощенная мощность может быть записана в виде суммы нагрева со стороны электрического и магнитных полей:

$$P = \omega (\mu_{eff}'' \cdot \mu_0 \cdot H^2 + \varepsilon_{eff}'' \cdot \varepsilon_0 \cdot E^2) \quad (1.3)$$

1.3. Глубина проникновения микроволн

Одним из важнейших факторов, определяющих равномерность и эффективность СВЧ-нагрева является глубина проникновения. Она определяется как глубина, на которой амплитуда излучения падает в $1/e$ раз (примерно 37%).

Глубина проникновения в общем виде выражается следующим образом [18]:

$$d = \frac{\lambda_0}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \varepsilon_r'' \mu_r'' - \varepsilon_r' \mu_r' + \left[(\varepsilon_r' \mu_r')^2 + (\varepsilon_r'' \mu_r'')^2 + (\varepsilon_r' \mu_r'')^2 + (\varepsilon_r'' \mu_r')^2 \right]^{1/2} \right\}^{-1/2} \quad (1.4)$$

В терминах тангенса потерь:

$$d = \frac{\sqrt{2}c}{\omega \sqrt{\varepsilon_r' \mu_r'}} \left\{ \left[1 + \tan^2 \delta_\varepsilon \tan^2 \delta_\mu + \tan^2 \delta_\mu + \tan^2 \delta_\varepsilon \right]^{1/2} + \tan \delta_\varepsilon \tan \delta_\mu - 1 \right\}^{-1/2} \quad (1.5)$$

где λ_0 – длина волны в свободном пространстве, c – скорость света, ε_r' – относительная диэлектрическая постоянная, показывающая способность диэлектрика запасать электрическую энергию, ε_r'' – относительные диэлектрические потери, показывающие способность диэлектрика

конвертировать энергию электрического поля в тепло, μ_r' – относительная магнитная постоянная, показывающая способность материала запастись энергией магнитного поля, μ_r'' – относительные магнитные потери, показывающие потери энергии магнитного поля, $\tan\delta_\varepsilon = \varepsilon_r'' / \varepsilon_r'$ – тангенс диэлектрических потерь, $\tan\delta_\mu = \mu_r'' / \mu_r'$ – тангенс магнитных потерь.

При этом с падением частоты и снижением мнимой части диэлектрической проницаемости глубина проникновения повышается. Так, в случае низких ε_r'' , μ_r'' материал имеет большую глубину проникновения (практически прозрачен для излучения) – например, кварц. Материалы же с большими факторами потерь имеют малую глубину проникновения, вследствие чего равномерный прогрев практически не реализуется.

Для немагнитных материалов, можно пренебречь магнитной составляющей, тогда выражение для глубины проникновения упрощается [18, 19]:

$$d = \frac{\sqrt{2}c}{\omega \left[\varepsilon' \sqrt{1 + (\tan \delta_\varepsilon)^2} - 1 \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (1.6)$$

В процессе нагрева может меняться эффективность поглощения энергии магнитного и электрического полей, вследствие чего будет меняться и глубина проникновения, в соответствии с выражениями (1.4-1.6). Данное обстоятельство вносит определенные трудности в процесс расчета, так как необходимо знать зависимости ε_r' , ε_r'' , μ_r' , μ_r'' от температуры, времени нагрева, координат и других параметров.

1.4. Факторы, влияющие на эффективность микроволнового нагрева

Микроволновый нагрев обладает рядом преимуществ, среди которых высокая скорость нагрева, селективность, низкая инерционность процесса и др. Одним из главных недостатков этого метода, однако, в большинстве случаев являются высокие энергозатраты. Рассмотрим несколько характеристик и методов, влияющих на эффективность нагрева.

А) Установки, учитывающие глубину проникновения и механизмы взаимодействия между микроволнами и материалом. Как следует из (1.5), если материал хорошо поглощает излучение, то глубина проникновения мала. В случае, если глубина проникновения гораздо меньше толщины материала, общая эффективность нагрева низкая; при этом СВЧ-нагрев будет затрагивать лишь поверхностный слой. Тогда данный материал можно смешать с материалом, для которого характерны низкие потери, что приведёт к улучшению однородности нагрева и повышению коэффициента преобразования энергии.

Данный эффект продемонстрирован в работе [20]: эффективность нагрева 10 г активированного угля (который является хорошим поглотителем СВЧ) была ниже, чем для 5 г активированного угля, смешанного с кварцевым песком (прозрачным для СВЧ материалом) при одинаковых условиях нагрева.

На рисунке 1 приведён график затраченной электроэнергии на нагрев и выделившееся тепло в ходе СВЧ-нагрева активированного угля, смешанного с кварцевым песком [20].

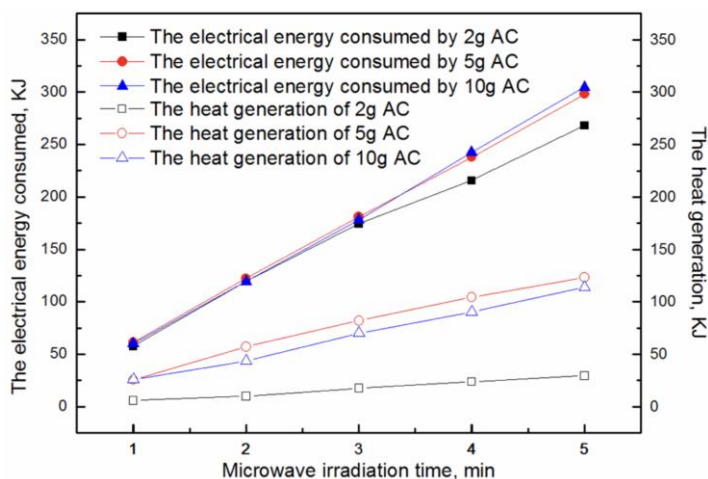


Рисунок 1 - Затраченная электроэнергия и выделившееся тепло при нагреве образцов активированного угля

При этом были использованы образцы активированного угля:

- а) 2 г, смешанного с 30 г кварцевого песка;
- б) 5 г, смешанного с 25 г кварцевого песка;
- с) 10 г.

Как видно, в образце 5 г активированного угля выделилось больше тепла, чем в образце 10 г активированного угля, хотя на нагрев было затрачено схожее количество энергии. Данный пример подчеркивает всю важность знания комплексной диэлектрической и магнитной проницаемости материала, а также их зависимости от различных факторов. Именно данные факторы являются определяющими для эффективности нагрева. Определение данных характеристик, позволяет определить глубину проникновения, оценить влияние различных механизмов нагрева.

Б) СВЧ-обработка материалов с низким коэффициентом поглощения.

В некоторых случаях СВЧ-обработка является хорошей альтернативой традиционным способам для проведения химических или физических процессов (например, каталитические гетерогенные реакции). Однако в случае, если компоненты реакции имеют низкую способность к поглощению микроволн, есть возможность повысить эффективность поглощения добавлением веществ, обладающих высокой способностью преобразовать энергию СВЧ-волн в тепло, таких, например, как углеродные материалы, оксиды металлов и др. Данный метод также называется гибридным нагревом. В большинстве случаев эти компоненты, преобразуя энергию волн в тепло, нагреваются и передают тепло в соседние области путём радиации, конвекции и теплопроводности [21,22].

В) Частота.

Отмечалось ранее, дипольное вращение является преобладающим механизмом преобразования энергии, по сравнению с ионной проводимостью при микроволновом нагреве/сушке для материалов с высоким содержанием свободной влаги. Степень ориентации молекул зависит от скорости ориентации (частоты приложенного поля) и времени релаксации, которая определяется многими факторами, такими как структура молекулы, температура и природа атомных связей, и т. д. Таким образом, частота применяемого поля оказывает значительное влияние на сушку микроволнами для большинства материалов с высоким содержанием влаги.

Диэлектрические свойства большинства материалов в значительной степени зависят от частоты приложенного электрического поля. На рисунке 2 приведена зависимость мнимой и реальной частей диэлектрической постоянной, а также произведения частоты и мнимой части диэлектрической проницаемости (так как это произведение отражает поглощенную СВЧ-мощность) от частоты [3].

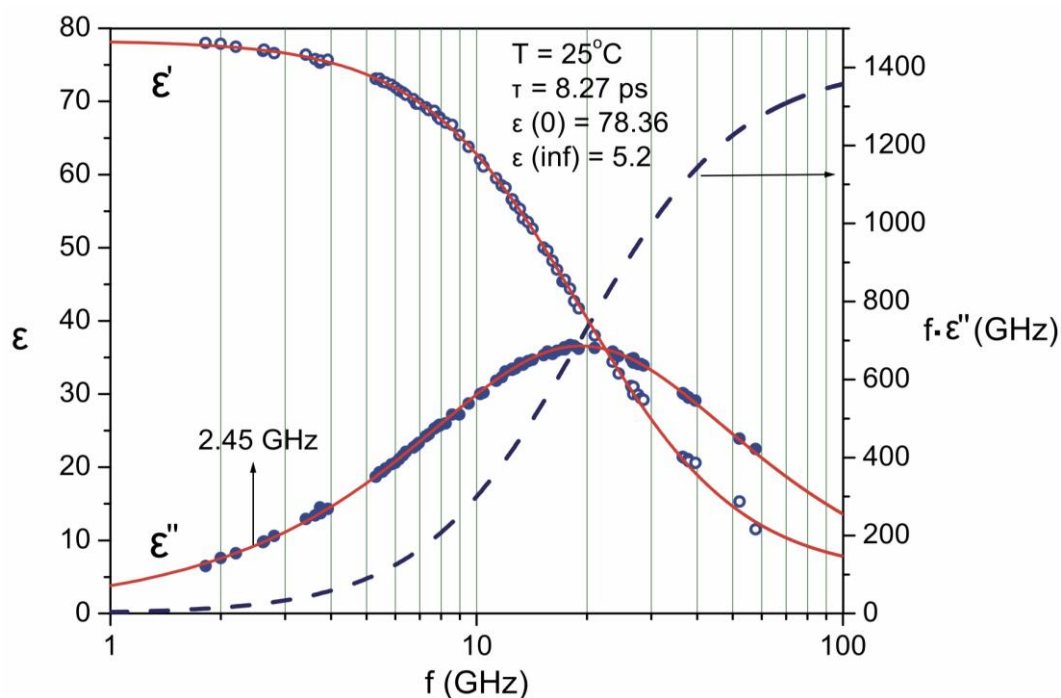


Рисунок 2 - Частотные зависимости ϵ' , ϵ'' и $f \cdot \epsilon''$ для воды

Как видно, на очень низких и очень высоких частотах диэлектрическая постоянная принимает практически постоянные значения, а ϵ'' близка к нулю. На промежуточных частотах мнимая часть диэлектрической проницаемости достигает максимума.

Г) Непрерывный и импульсный режимы.

Микроволны могут применяться в непрерывном или импульсном режимах. Многие исследователи подчеркивают, что как непрерывная, так и импульсная сушка позволяют достичь быстрой кинетики, импульсная сушка, однако, при этом более эффективна, а распределение температуры внутри образца, как правило, более однородно. Правильно распределенная мощность и время выключения обеспечивают более высокую эффективность сушки. Когда энергия микроволн поступает непрерывно, передача тепла и массы несбалансированна, что приводит

к относительно низкой эффективности сушки. Указанная проблема частично может быть решена за счёт использования импульсной сушки.

Yongsawatdigul [23] исследовал процесс сушки клюквы с использованием обоих режимов сушки. Он пришел к выводу, что общие затраты электроэнергии в импульсном режиме были на 13-40% меньше, чем при непрерывной работе. Эффективность сушки импульсного режима была примерно на 21-46% выше, чем у непрерывного режима. Было обнаружено, что время работы установки – 30 секунд и время простоя – 150 секунд являются наиболее подходящими параметрами мощности для получения максимальной эффективности сушки.

Gunasekaran [24] предложил модели для прогнозирования внутреннего распределения температуры образца во время импульсного микроволнового нагрева на основе закона Ламберта и уравнений Максвелла. Неравномерность распределения температуры, полученная при непрерывном микроволновом нагреве, была резко уменьшена при использовании импульсного микроволнового нагрева.

Д) Начальная влажность образца.

Материал, подлежащий сушке, может считаться состоящим из твердого сухого скелета плюс вода. Вода существует в двух формах:

- а) свободная вода, которая находится в пустотах, порах и капиллярах;
- б) связанная вода, которая объединена с материалом химически.

Когда влажные материалы подвергаются воздействию СВЧ-излучения, поглощенная мощность прямо пропорциональна коэффициенту диэлектрических потерь. Большинство материалов не являются хорошими поглотителями микроволн и имеют низкие коэффициенты потерь по сравнению с водой, поэтому влажность материала является доминирующим фактором, влияющим на поглощение энергии в микроволновой сушке. Общий коэффициент диэлектрических потерь влажного тела получен из твердого скелета, связанной воды и свободной воды. Если свободная вода присутствует в достаточном количестве, она в значительной степени определяет эффективную величину

коэффициента потерь. При испарении большей части свободной воды значимость факторов потерь связанной воды и твердого тела возрастает. Эффективный коэффициент потерь идеального негигроскопического твердого тела можно оценить по его компонентам различными теориями смеси. Как правило, вклад от каждого компонента пропорционален доле от занимаемого им объема.

Зависимость коэффициента диэлектрических потерь от свободного содержания влаги при постоянной температуре аналогична для большинства материалов. Рисунок 3 показывает типичную зависимость фактора диэлектрических потерь от влажности материала [25].

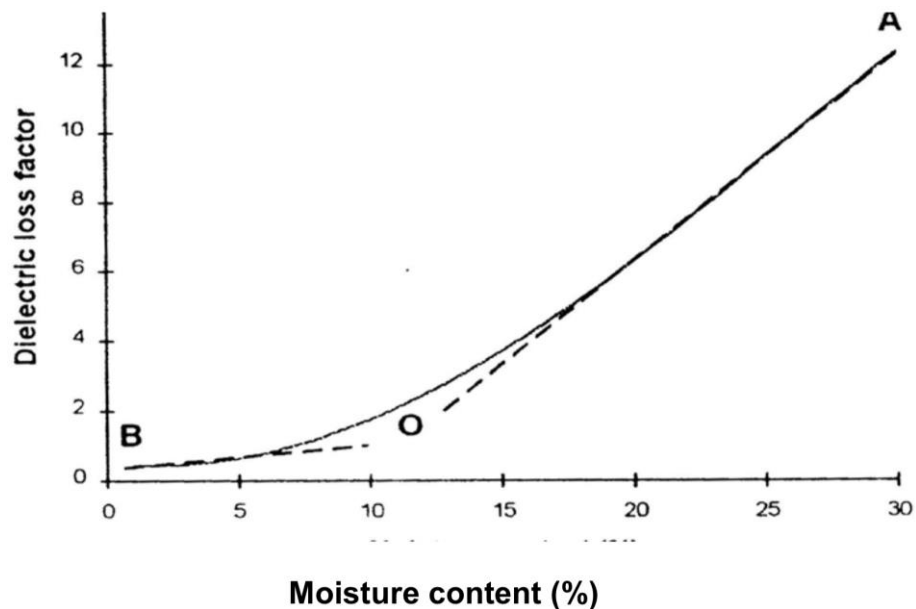


Рисунок 3 - Зависимость ϵ'' от содержания влаги

На участке имеются два важных региона. В регионе ОА, ϵ_r'' приблизительно пропорциональна содержанию влаги. Эта область отвечает за удаление свободной влаги. Количество микроволновой энергии будет линейно меняться в зависимости от содержания влаги для постоянного электрического поля. В результате любое изменение влажности во всем продукте будет автоматически выравниваться в этом регионе, давая конечный продукт с очень небольшими скачками влажности. Это автоматическое выравнивание влаги представляет собой существенное преимущество перед обычными методами термической сушки. В области ОВ, ϵ_r'' слабо зависит от влажности, и значительное выравнивание влажности не произойдет. Влагосодержание на пересечении «ОВ» с фактической кривой

соответствует оптимальному уровню для диэлектрического нагрева и зачастую имеет довольно низкие величины (около 4%). Эта область приблизительно соответствует удалению из системы связанной воды.

В негигроскопическом материале, таком как песок, где большая часть воды свободна, то есть отсутствует прочная связь с матрицей, диэлектрические свойства являются сильными функциями содержания влаги. Для высокогигроскопического материала, такого как силикагель, с ростом/падением влажности диэлектрические свойства подвергаются изменению в меньшей степени. Большая часть воды физически или химически связана с твердой матрицей, т. е. вода менее подвижна, что предотвращает вращательное движение полярных молекул. Степень связывания увеличивается с уменьшением содержания влаги.

Вода в своём свободном жидком состоянии во влажных материалах присутствует крайне редко. Чаще всего она физически абсорбируется в капиллярах или полостях материала, или химически связана с другими молекулами. Обычно влажный материал представляет собой неоднородную смесь, часто содержащую более одного вещества с неизвестными диэлектрическими свойствами. Таким образом, очень трудно полностью понять и точно предсказать диэлектрическое поведение такого материала.

Е) Фазовая трансформация и химическая реакция

В некоторых минералах, таких как диоксид кремния (SiO_2), сульфат калия (K_2SO_4), карбонат стронция (SrCO_3) и хромат калия (K_2CrO_3), отмечается значительное увеличение диэлектрической проницаемости, после того как они подвергаются фазовому изменению [26]. Сульфат калия переходит из твердого состояния в жидкое состояние в интервале температур от 560 до 610 °C. Как относительная вещественная, так и мнимая диэлектрическая проницаемость быстро увеличиваются в этом температурном диапазоне из-за увеличения числа свободных движущихся электронов, активируемых высокой температурой.

С другой стороны, некоторые соединения имеют более низкую диэлектрическую проницаемость после изменения фазы. При изучении диэлектрической проницаемости моно-оксида свинца от комнатной температуры до 600 °С, Tinga [27] отмечал изменение фазы. При этом измеренная относительная мнимая диэлектрическая проницаемость уменьшилась с 0,265 при 20 °С до 0,193 при 570 °С. В то же время относительная реальная диэлектрическая проницаемость увеличивалась с повышением температуры.

Ж) Влияние температуры на микроволновую сушку.

Данный эффект в основном связан с температурной зависимостью электрофизических и теплофизических свойств. Автор [28] исследовал связь между диэлектрическими свойствами и температурой для нескольких оксидов металлов на частоте 2,45 ГГц. Им обнаружено, что диэлектрические свойства оксида меди с повышением температуры значительно возрастают; диэлектрическая постоянная сульфида меди практически не менялась при температуре до 300 °С, а затем экспоненциально повышалась с температурой; диэлектрическая проницаемость оксида кальция увеличилась примерно на 40% от 100 до 900 °С; а диэлектрическая проницаемость и коэффициент потерь оксида цинка увеличились до своего первого пика при 300 °С, уменьшились с 300 до 400 °С и затем медленно увеличивались с температурой от 400 до 800 °С, а затем росли экспоненциально выше 800 °С. Он считал, что ионной проводимости при более высокой температуре (> 800 °С) для указанных оксидов металлов в основном способствовали возрастающая диэлектрическая постоянная и коэффициент потерь.

В силу нелинейности задачи микроволнового нагрева материала и обилия факторов, влияющих на эффективность СВЧ-обработки моделирование играет важную роль. Как правило, моделирование можно свести к [29] определению распределения и уровня поглощения электромагнитного поля в материале. При этом распределение электромагнитного поля зависит от следующих факторов:

- 1) эффективные диэлектрические и магнитные свойства материала, которые зависят от структуры (пористость и др), температуры, влажности материала;
- 2) геометрия и характеристики магнетронов;
- 3) условия согласования между СВЧ-источниками, линией передач, аппликатором и т.д.

Аналогично, распределение температуры материала зависит от:

- 1) распределение СВЧ-поля внутри материала;
- 2) эффективные коэффициенты поглощения, теплопроводность, теплоемкость (которые также зависят от температуры, влажности, пористости и др.);
- 3) условия теплосброса (теплоизоляция, свободная/вынужденная конвекция, радиация и др.).

Как видно, в процессе микроволнового нагрева присутствует множество связанных и нелинейных характеристик, что приводит к затруднениям в оптимизации режимов СВЧ-обработки, кроме того, иногда СВЧ-обработка приводит к появлению новых эффектов. Например, при сушке угля в порах возможно резкое повышение давления из-за испарения влаги в порах, что может привести к раскалыванию пор и выходу пара.

Отмеченные особенности приводят к необходимости использования подходящих моделей при определении оптимальных режимов СВЧ-обработки различных материалов, с учетом зависимости теплофизических и электрофизических свойств от параметров материала и СВЧ-камеры.

Более подробно модели будут рассмотрены в следующем пункте.

1.5. Обзор моделей микроволновой обработки материалов

1.5.1. Модели СВЧ-нагрева и сушки

В общем случае изучение микроволнового нагрева включает в себя решение системы уравнений Максвелла и взаимосвязанных с ней уравнений нагрева, в

которых тепловые, электрические и магнитные свойства зависят от температуры, влажности и структуры материала. Однако, в силу нелинейности данной задачи, в некоторых случаях зачастую применяются некоторые упрощения.

В работе [30] рассмотрены основные уравнения, описывающие задачу СВЧ-нагрева материала в общем виде.

Уравнения, описывающие распространение микроволн в случае если материал является гомогенным, изотропным:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot D &= \nabla \cdot (\epsilon E) = \rho & \nabla \cdot B &= \nabla \cdot (\mu H) = 0 \\ \nabla \times E &= -\frac{\partial}{\partial t}(\mu H) & \nabla \times H &= \frac{\partial}{\partial t}(\epsilon E) + \sigma E \end{aligned} \quad (1.7)$$

где σ – электропроводность, ϵ – электрическая проницаемость, μ – магнитная проницаемость, D – ток смещения, величина B – плотность магнитного потока. При этом H – напряженность магнитного поля, а E – напряженность электрического поля.

Предположим, что волна распространяется вдоль координаты x , тогда электрическое поле будет направлено вдоль координаты y , магнитное поле – вдоль координаты z . Поэтому для нагрева одномерного тела, электрическое и магнитное поля будут зависеть только от координаты x и времени t . Если плотность свободного заряда равна нулю, то уравнения Максвелла сводятся:

$$E_x = -(\mu H)_t \quad H_x = -(\epsilon E)_t - \sigma E \quad (1.8)$$

Так как уравнение (1.8) является температурно-зависимым, оно связано с уравнением вынужденного нагрева:

$$\rho \cdot c_p(T) T_t = \left[v(T) T_x \right]_x + \gamma(T) |E|^2 \quad (1.9)$$

где v – температуропроводность, γ – коэффициент теплопоглощения, ρ – плотность, которая обычно принимается постоянной, c_p – удельная теплоемкость.

Как видно, теплопоглощение зависит от квадрата амплитуды электрического поля, и предполагается, что нагрев происходит на масштабе

длины, намного превышающим длину волны СВЧ, так что в (1.9) поглощение тепла усредняется по длине волны.

Как отмечалось ранее, для получения аналитического решения уравнений Максвелла необходимы дополнительные упрощения. Если предположить, что электрическая проницаемость и магнитная проницаемость слабо меняются в зависимости от температуры, а электропроводимость невелика, удельная теплоёмкость и теплопроводность постоянны, то уравнения (1.8) и (1.9) сводятся к:

$$\begin{aligned} E_{tt} + AE_t &= c^2 E_{xx} \\ A &= \mu_t / \mu + 2\varepsilon_t / \varepsilon + \sigma / \varepsilon - c\mu_x / \mu \end{aligned} \quad (1.10)$$

$$T_t = \nu T_{xx} + \gamma(T) |E|^2 \quad (1.11)$$

Комбинация двух последних уравнений является наиболее подходящей для последующих решений с помощью различных аналитических приемов.

В работе [31] рассмотрены основные уравнения стадии нагрева:

$$\begin{aligned} \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} &= \nabla \cdot (k \nabla T) + q(x, T) \\ q &= \frac{1}{2} \omega \varepsilon_0 \varepsilon'' E^2 \end{aligned} \quad (1.12)$$

где ρ , C_p , k , $q(x, T)$, ω , E – плотность, удельная теплоемкость, теплопроводность, удельный источник тепла, угловая частота и напряженность электрического поля соответственно.

Вместе с наиболее общими граничными условиями:

$$k \nabla T = h(T - T_\infty) + \sigma_h \varepsilon_h (T^4 - T_\infty^4) \quad (1.13)$$

где T_∞ – температура окружающей среды, h – коэффициент теплоотдачи, ε_h – излучательная способность образца, σ_h – постоянная Стефана-Больцмана.

Также приведены решения наиболее простых случаев с использованием конечного преобразования Фурье.

В данной работе отмечалось, что нахождение точного распределения электрического поля в зависимости от координат, времени и сопряжения с уравнениями нагрева может быть затруднено, а в большинстве случаев при получении аналитических решений невозможно. Поэтому было сделано сравнение для распределения электрического поля, полученного при решении уравнений Максвелла и распределения, получаемого из закона Бугера.

Группы исследователей (Oliveira and Franca, Kostoglou and Karapantsios, Basak и др.) показали, что для двумерных задач при высоких значениях диэлектрической проницаемости расхождения между подходом, основанном на законе Бугера и точным решением уравнений Максвелла, могут быть существенными. При этом для материалов с низким поглощением СВЧ или для одномерных задач различия между данными подходами несущественны, следовательно, рекомендуется использовать уравнение Бугера. Таким образом, в несколько раз снижается сложность вычислений, а в отдельных случаях позволяет возможность получить точное решение. Для поглощенной мощности зачастую используется следующее выражение:

$$P(x) = P_0 e^{-2\alpha x}$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_0} \sqrt{\frac{\varepsilon' \left((1 + \tan^2 \delta)^{1/2} - 1 \right)}{2}} \quad (1.14)$$

где $P(x)$ – поглощенная в объеме мощность, P_0 – максимальное значение мощности, x – координата проникновения электромагнитной волны вглубь слоя, α – коэффициент затухания.

1.5.2. Микроволновый нагрев и сушка пористого материала

Пористое тело обладает твёрдым скелетом с множеством содержащих жидкость и газ пор, которые могут обеспечивать тепломассоперенос [32]. Перенос влаги происходит за счет капиллярной и молекулярной диффузии, а также конвекции, что связано с низким диаметром пор, осложняющим транспортировку

жидкости (по сравнению с непористыми материалами). Модель пористого тела должна учитывать изменение концентраций жидкой и газообразных фаз, а также при необходимости деформацию твердого скелета тела.

В своей работе авторы [32] рассмотрели процесс сушки пористых тел следующим образом: Механизм сушки включает в себя поток жидкости из-за градиента давления внутри капилляров и силы тяжести, а также поток пара из-за градиента парциального давления. Рисунок 4 показывает аналитическую модель для процессов микроволновой сушки:

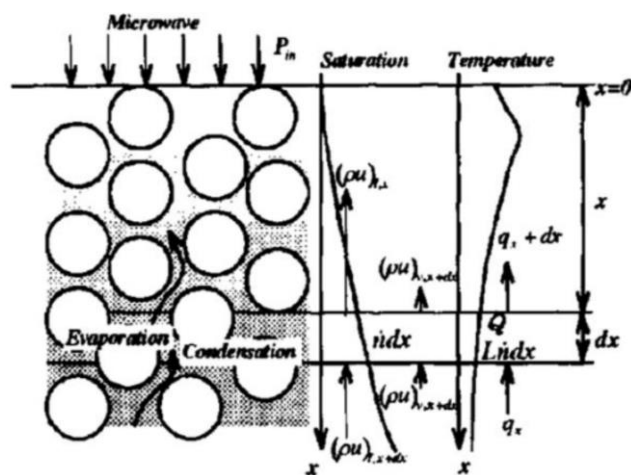


Рисунок 4 - Аналитическая модель микроволнового нагрева пористого материала

В данной работе был использован ряд упрощений:

- а) наличие постоянного давления при одновременном нагреве и массопереносе;
- б) отсутствие изменений скелета тела;
- с) отсутствие химических реакций внутри образца;
- д) наличие локального термического равновесия;
- е) пренебрежимо малые значения нетепловых СВЧ-эффектов.

В этом случае уравнения для сохранения массы для жидкой и газообразной фаз:

$$\begin{aligned}
\text{Жидкая фаза: } \rho_l \phi \frac{\partial s}{\partial t} + \rho_l \frac{\partial u_l}{\partial x} &= -\dot{n} \\
\text{Пар: } \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_v \phi (1-s) + \frac{\partial}{\partial x} [\rho_v u_v] \right] &= \dot{n}
\end{aligned} \tag{1.15}$$

где s – влагосодержание, ϕ – пористость, u – поверхностная средняя скорость, $\dot{n}$ – слагаемое фазового перехода, индексы l, v обозначают жидкую и паровую фазы соответственно.

Обобщенный закон Дарси для расчета сверхвысокой средней скорости жидкой и газовой фаз:

$$u_l = -\frac{KK_{rl}}{\mu_l} \left[\frac{\partial p_g}{\partial x} - \frac{\partial p_c}{\partial x} - \rho_l g \right], \quad u_g = -\frac{KK_{rg}}{\mu_g} \left[\frac{\partial p_g}{\partial x} - \rho_g g \right] \tag{1.16}$$

где жидкостная и газовая относительные проницаемости – K_{rl} и K_{rg} ; величины μ_l и μ_g это вязкость жидкой и газовой фаз; а газовое и капиллярное давление обозначены как p_g и p_c .

Обобщенный закон Фика для скоростей паров воды и воздушной фаз определяется как:

$$\rho_v u_v = \rho_v u_g - \rho_g D_m \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_v}{\rho_g} \right), \quad \rho_a u_a = \rho_a u_g - \rho_g D_m \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_a}{\rho_g} \right) \tag{1.17}$$

Индекс a обозначает воздух, индекс g – газ. Эффективная диффузия молекулярной массы определяется:

$$D_m = \frac{2\phi}{3-\phi} (1-s) D \tag{1.18}$$

Капиллярное давление p_c представляется в виде функции Леверетта:

$$p_c = p_g - p_l = \frac{\sigma}{\sqrt{K/\phi}} J(s_e) \tag{1.19}$$

Здесь σ газожидкостное межфазное натяжение, s_e – эффективное влагосодержание, а функция Леверетта $J(s_e)$ представляется следующим образом:

$$J(s_e) = 0.325(1/s_e - 1)^{0.217} \quad (1.20)$$

Уравнение теплопереноса из-за теплопроводности и скрытого теплообмена:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[(\rho C_p)_T T \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left\{ \rho_l C_{pl} u_l + (\rho_a C_{pa} + \rho_v C_{pv}) u_g \right\} T \right] \\ + H_v \dot{n} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right] + Q \end{aligned} \quad (1.21)$$

где

$$\begin{aligned} (\rho C_p)_T = \rho_l C_{pl} \phi s + \left[(\rho_a C_{pa} + \rho_v C_{pv}) \phi (1-s) \right] + \rho_p C_{pp} (1-\phi) \\ \dot{n} = \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_v \phi (1-s) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_v \frac{KK_{rg}}{\mu_g} \rho_g g - D_m \frac{\partial \rho_v}{\partial x} \right] \end{aligned} \quad (1.22)$$

здесь индекс p обозначает частицу, Q поглощаемая микроволновая мощность, H_v представляет собой удельную теплоту испарения, C_p удельная теплоемкость, λ эффективная теплопроводность.

Уравнения сохранения массы, описывающие перенос влаги с учетом водяного пара в газовой фазе и жидкости:

$$\phi \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho_l s + \rho_v (1-s) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho_l \frac{KK_{rl}}{\mu_l} \left(\frac{\partial p_c}{\partial x} + \rho_l g \right) + \rho_v \frac{KK_{rg}}{\mu_g} (\rho_g g) - D_m \frac{\partial \rho_v}{\partial x} \right] = 0 \quad (1.23)$$

Граничные условия:

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} &= h_c (T - T_a) + \dot{n} H_v \\ \rho_l u_l + \rho_v u_v &= h_m (\rho_{vs} - \rho_{v\infty}) \end{aligned} \quad (1.24)$$

Где ρ_{vs} - плотность водяного пара на открытой границе, а $\rho_{v\infty}$ - эталонная плотность пара в газовой фазе, окружающей открытую границу, h_c коэффициент теплопередачи, h_m коэффициент массопередачи.

Для изолированной границы имеем:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0 \quad (1.25)$$

При этом система нелинейных уравнений в частных производных с граничными условиями (1.21-1.25) для пористого материала может быть решена с помощью приближенных аналитических методов или с помощью метода конечных разностей.

В работе [33] рассмотрена модель пористой среды, содержащей несколько фаз: жидких и газообразных в скелете твердого тела. В этой модели перенос влаги происходил из-за СВЧ-нагрева. При этом были даны рекомендации для использования микроволнового воздействия наряду с конвективным обдувом для ускорения темпа сушки. Это было обусловлено высокой скоростью переноса влаги внутри материала из-за СВЧ-нагрева и скоплением большого количества жидкости на поверхности.

В работах [34, 35] рассмотрена общая модель для микроволнового нагрева и сушки влажного пористого материала. Было отмечено, что термодинамические движущие силы (с учетом результирующих векторов напряженности электромагнитных полей) оказывают высокое влияние на перенос влаги в отличие от обычных способов сушки, при которых перенос происходит за счет температурных, влажностных градиентов, а также градиента давления. Так же, как и другими авторами, в качестве основной характеристики, описывающей процесс нагрева, введено количество теплоты в единицу времени в единице объема материала:

$$Q = 0,555E^2 \cdot \nu \cdot \varepsilon \cdot \operatorname{tg} \delta \quad (1.26)$$

где E – напряженность электрического поля, В/см; Q – тепло в единице объема, Вт/см³; ν – частота, Гц; ε – диэлектрическая постоянная; $\operatorname{tg} \delta$ – тангенс угла диэлектрических потерь.

В работе показано, что приведенные параметры в выражении (1.26) могут значительно меняться в зависимости от температуры, влажности, напряженности поля и частоты излучения. Это продемонстрировано на рисунке 5.

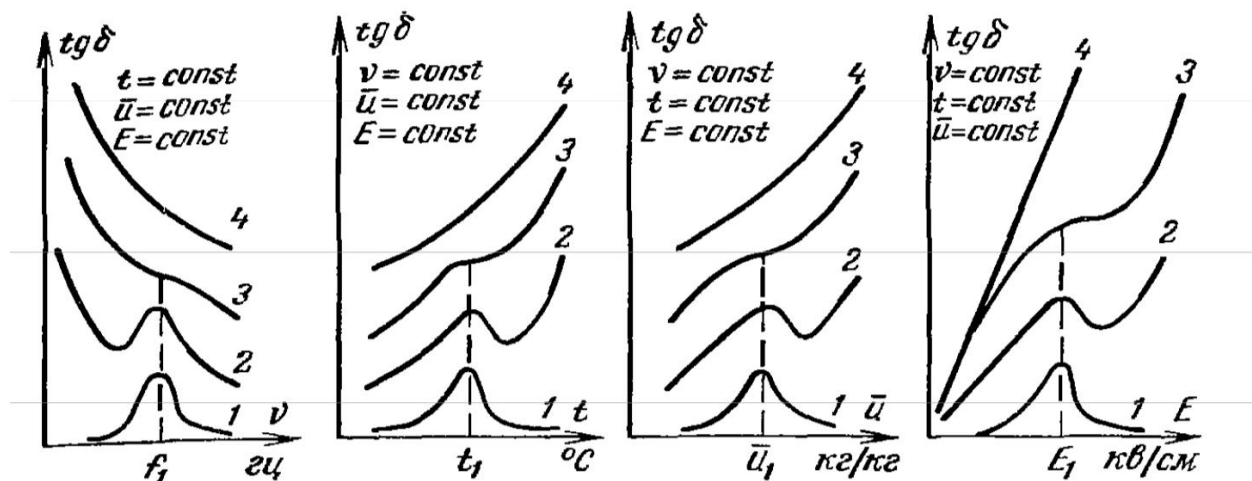


Рисунок 5 - Характерные кривые изменения $\operatorname{tg} \delta$ для капиллярно-пористых коллоидных тел

При этом обозначения [34] $\bar{u}$ – влагосодержание, E – напряженность поля, ν – частота внешнего поля, t – температура, 1 – идеальные диэлектрики, 2 – материал с весьма малой проводимостью, 3 – с малой проводимостью, 4 – с большой проводимостью.

При интенсивном микроволновом нагреве внутри тела возникает градиент давления из-за роста температуры.

Этому способствует диффузия скольжения в макрокапиллярах и эффузионное натекание воздуха в микрокапиллярах, так как температура тела в центре выше, чем на поверхности (рисунок 6).

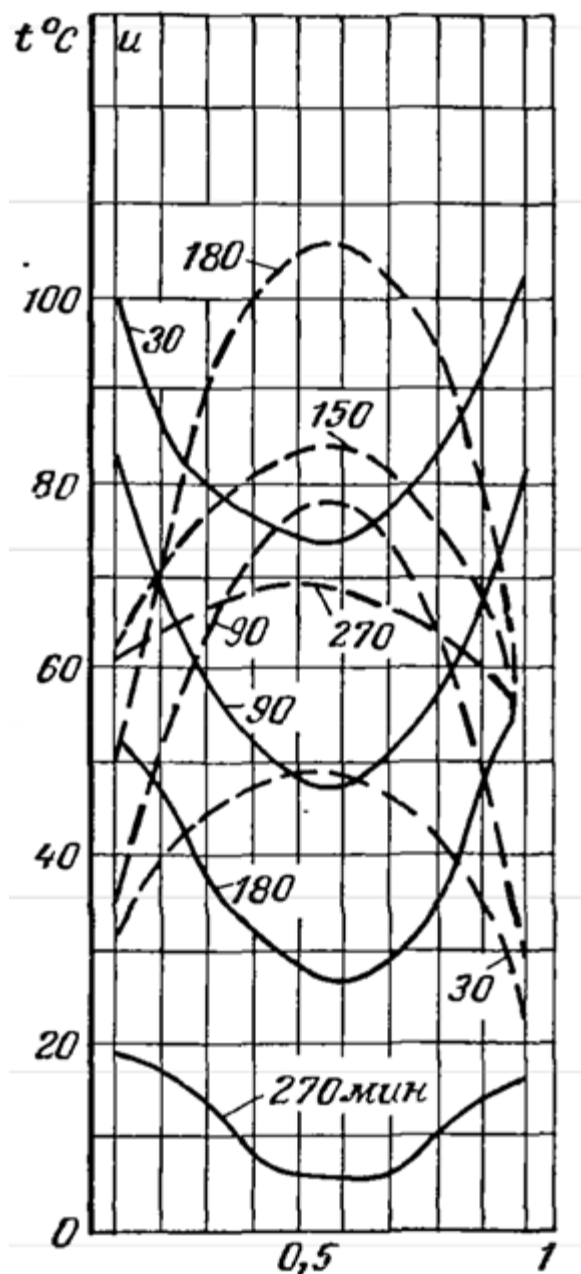


Рисунок 6 - Кривые распределения температуры (пунктирные линии) и влагосодержания (сплошные линии) при сушке в поле высокой частоты

В одной из работ [35] были отмечены следующие особенности микроволновой обработки диэлектрика:

а) температура слоя диэлектрика выше в глубине слоя, что отличается от случаев конвективной обработки материала. Это обеспечивает дополнительный поток влаги к поверхности за счет термодиффузии;

б) Концентрация влаги из-за распределения температуры в глубине слоя ниже поверхностной, что обеспечивает обратный поток влаги из-за концентрационной диффузии.

В целом влагосодержание на поверхности выше из-за потока термодиффузии и высокого давления пара в центральной части слоя. Данная особенность обеспечивает градиент давления, создающий перенос пара внутри тела. Поток влаги, записанный на основе приведенных рассуждений:

$$\begin{aligned} j &= -a_m \rho_0 \nabla u - a_m \rho_0 \nabla T - K_p \nabla p - a_m^e \rho_0 \tilde{E} \\ \tilde{E} &= E - E_{eq} \end{aligned} \quad (1.27)$$

где E – мгновенное значение вектора напряженности электрического поля, E_{eq} – равновесное его значение, a_m – коэффициент диффузии влаги, ρ_0 – плотность сухого скелета тела, K_p – коэффициент переноса, связанный с давлением.

Система дифференциальных уравнений влаго- и теплопереноса:

$$\begin{aligned} \frac{\partial t}{\partial \tau} &= a \nabla^2 t + \frac{\varepsilon}{cr} \frac{\partial u}{\partial \tau} + \frac{Q_v}{c \rho_0}; & a_p &= \frac{K_p}{c_B \rho_0}; c_B = \Pi_T \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \\ \frac{\partial u}{\partial \tau} &= a_m \nabla^2 u + a_m \delta \nabla^2 t + \varepsilon \frac{\partial u}{\partial \tau}; \\ \frac{\partial p}{\partial \tau} &= a_p \nabla^2 p + \frac{\varepsilon}{c_B} \frac{\partial u}{\partial \tau}, \end{aligned} \quad (1.28)$$

где a_p – коэффициент конвективной диффузии, c_B – емкость тела по отношению к влажному воздуху, Π – пористость.

Кроме того, в работе [35] была проанализирована кинетика процесса сушки. В процессе СВЧ-нагрева кварцевого песка, установка периодически отключалась, и в отдельных точках тела измерялись температура и давление (рисунок 7). Если в начале процесса наблюдается быстрое повышение температуры, то по мере приближения к температуре кипения её рост снижается. Избыточное давление, показанное на графике, представляет собой разницу между внешним и внутренним давлением тела. Отмеченное давление мало в начале процесса, при следующей температуре 50 °С, однако, оно резко возрастает, что приводит к

повышению скорости переноса вещества внутри тела. Во время остановки процесса избыточное давление при постоянной температуре релаксирует.

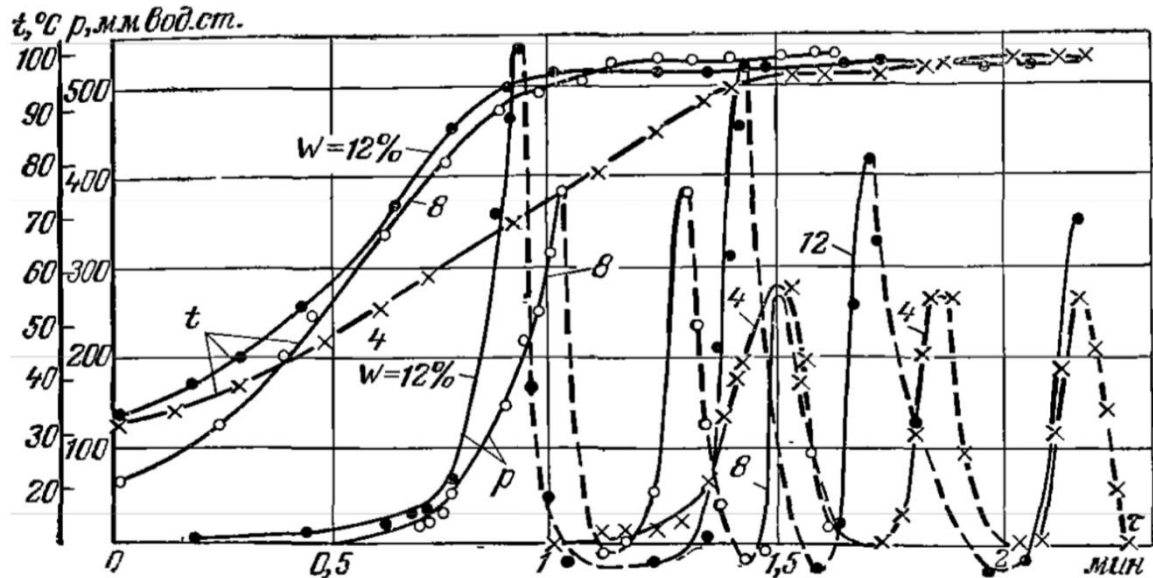


Рисунок 7 - Кривые изменения температуры и давления центральной точки при СВЧ-нагреве кварцевого песка в зависимости от времени

При этом распределение температуры по глубине следует закону параболы, в отличие от распределения избыточного давления (рисунок 8).

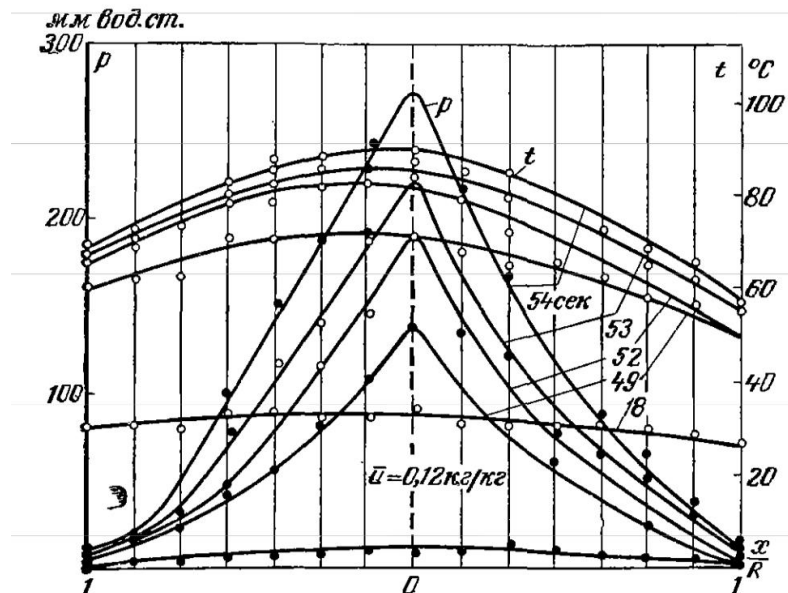


Рисунок 8 - Распределение температуры и избыточного давления по глубине слоя кварцевого песка в разные моменты времени

Коэффициент a_p определяется из кривой кинетики релаксации избыточного давления. По мере падения давления температура не изменяется, что указывает на

низкую скорость парообразования. При этом уравнение переноса можно записать в виде уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} = a_p \nabla^2 p \quad (1.29)$$

При этом граничные и начальные условия для одномерной задачи сушки:

$$\begin{aligned} p(x, 0) &= f(x) \\ p(+l, \tau) &= p(-l, \tau) = 0 \end{aligned} \quad (1.30)$$

где $x=0$ – центр тела, $f(x)$ симметричная относительно центра функция, избыточное давление на границах равно нулю.

Решение (1.29 – 1.30) можно найти из теории теплопроводности:

$$p(x, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} \cos \mu_n \frac{x}{l} \exp(-\mu_n^2 Fo_p) \times \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \cos \mu_n \frac{x}{l} dx \quad (1.31)$$

где $\mu_n = (2n-1) \pi/2$ – характеристическое число, $Fo_p = a\tau/R^2$ – число Фурье для конвективной диффузии.

Как показывает анализ, ряд (1.31) довольно быстро сходится и при $Fo > 0,1$ можно ограничиться первым членом разложения. То есть изменение избыточного давления со временем описывается экспонентой. Пользуясь данной зависимостью, можно определить коэффициент конвективной диффузии пара:

$$a_p = \frac{4}{\pi^2} \cdot 2.3R^2 \left(\frac{\lg p_1 - \lg p_2}{\tau_2 - \tau_1} \right) \quad (1.32)$$

Так, например, данный коэффициент для песка приблизительно в 40 раз больше, чем для глины, что можно объяснить высокой пористостью песка.

Далее, данные вычисления были развиты и получены зависимости для интенсивности СВЧ-нагрева, совместно с экспериментальными данными (рисунок 9).

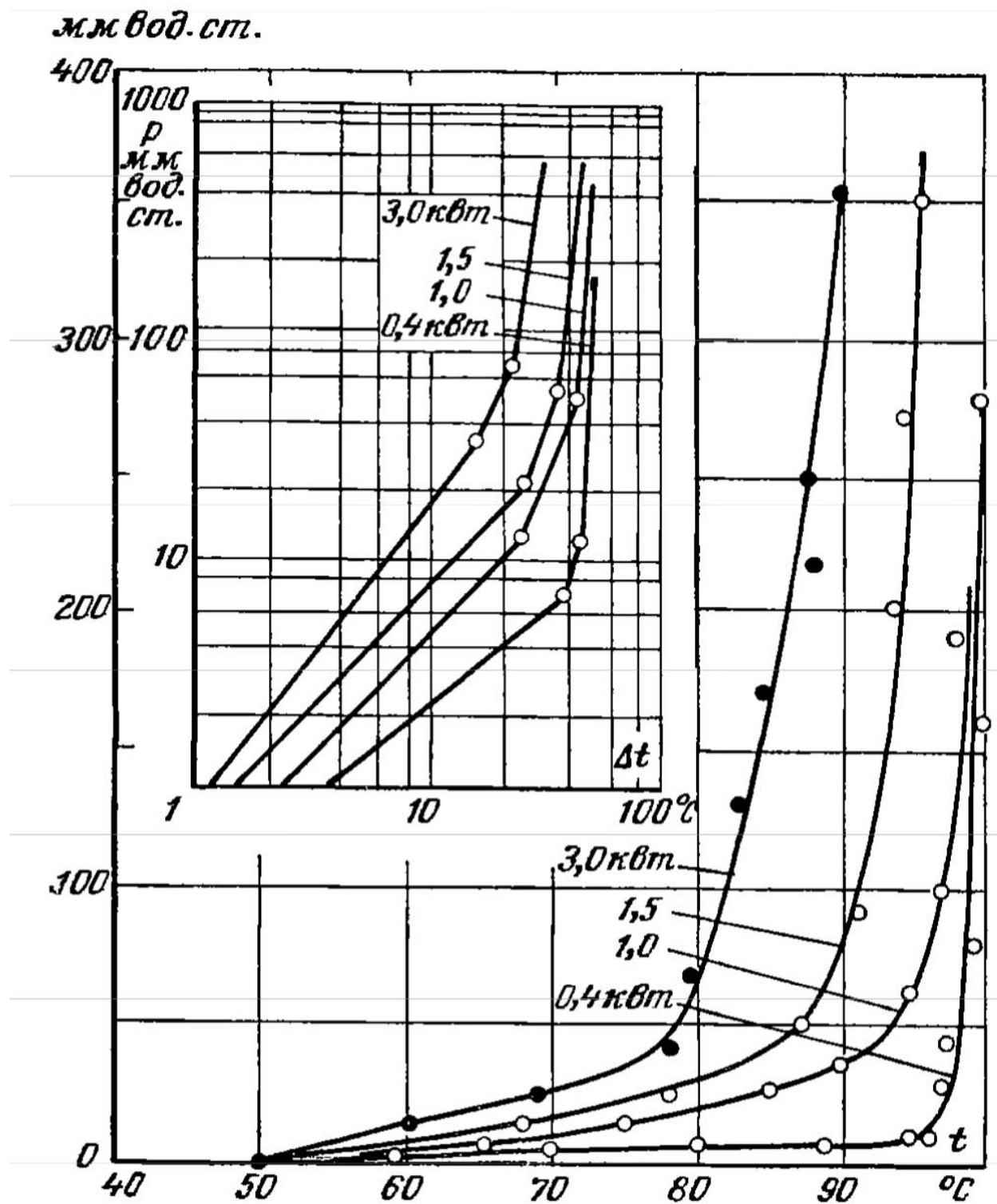


Рисунок 9 - Кривые роста давления пара внутри влажного кварцевого песка в зависимости от температуры при высокочастотном нагреве различной мощности

При этом было отмечено, что высокая скорость СВЧ-нагрева позволяет получить давление выше атмосферного при температуре ниже 100 °C. И, как

видно, с ростом мощности нагрева начало градиента давления смещается в сторону меньших температур. В случае высокой мощности градиент давления приводит к дроблению влажного капиллярно-пористого материала.

В работе [36] обсуждается воздействие микроволновой энергии на состояние загрязненной почвы, содержащей летучие соединения. Почва с высоким содержанием влаги является хорошим поглотителем энергии СВЧ-излучения, тогда как сухая такой особенностью не обладает. По мере сушки верхних слоев почвы коэффициент поглощения снижается, и микроволны проникают вглубь. В ходе процесса обработки вода переходит в пар, движется к верхнему слою, унося с собой летучие загрязняющие вещества. При этом математическая модель, позволяющая находить влажностные, температурные распределения, а также изменение электрофизических параметров почвы в ходе СВЧ-обработки, показала хорошее согласование с экспериментальными данными.

Также одной из моделей для описания механизма переноса массы и тепла в пористых средах является двух пористая модель сушки. Модель системы двух пор оказалась наиболее простой, и, следовательно, она может успешно объяснить большинство особенностей явления сушки [37]. Принципиальная схема двух пористой модели сушки показана на рисунке 10.

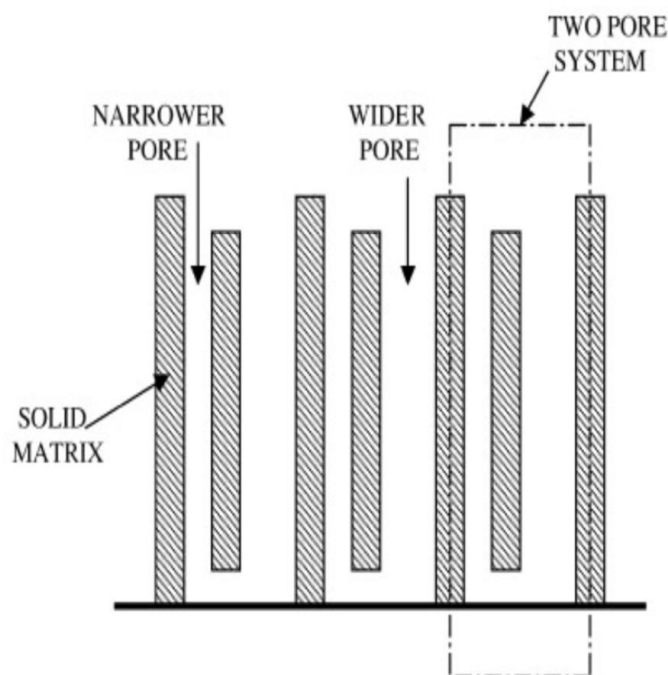


Рисунок 10 - Принципиальная схема двух пористой модели сушки [37]

В данной модели предполагается, что пористость в материале состоит из взаимосвязанных капилляров разного диаметра: более широкая пора и более узкая пора. При насыщении влажность распределяется непрерывно по всем порам. При этом основные процессы описаны следующим образом [37]. Пора большего размера питает пору меньшего размера, при этом уровень жидкости в меньшей поре остается постоянным. Скорость процесса может зависеть от внешних условий и от площади поверхности. Отмеченные явления характерны для периода начальной или постоянной скорости сушки. Температура влажной твердой поверхности равна температуре влажного, насыщенного газа в этих условиях. Во время процесса сушки запас воды в узкой поре начинает снижаться. При этом происходит сушка двух менисков с аналогичной интенсивностью для заданной разницы в уровне влажности. После удаления большей части поверхностной влаги оставшая внутренняя вода начинает испаряться. Сушка происходит на небольшой эффективной площади поверхности, таким образом, что легко проследить уменьшение скорости сушки по сравнению с периодом постоянной скорости. Этот период принято называть «периодом падающей скорости». Скорость испарения зависит от площади поперечного сечения пор и положения и

длины менисков. Было показано, что скорость сушки со временем квадратично уменьшается. Необходимо дополнительное количество тепловой энергии для испарения остаточной влаги из внутренней части с более низкой температурой. Поэтому для двух пористой системы существуют три этапа процесса сушки: один период сушки с постоянной скоростью, за которым следуют два периода падения.

Эти различные этапы можно наблюдать на типичной кривой скорости сушки, как показано на рисунке 11.

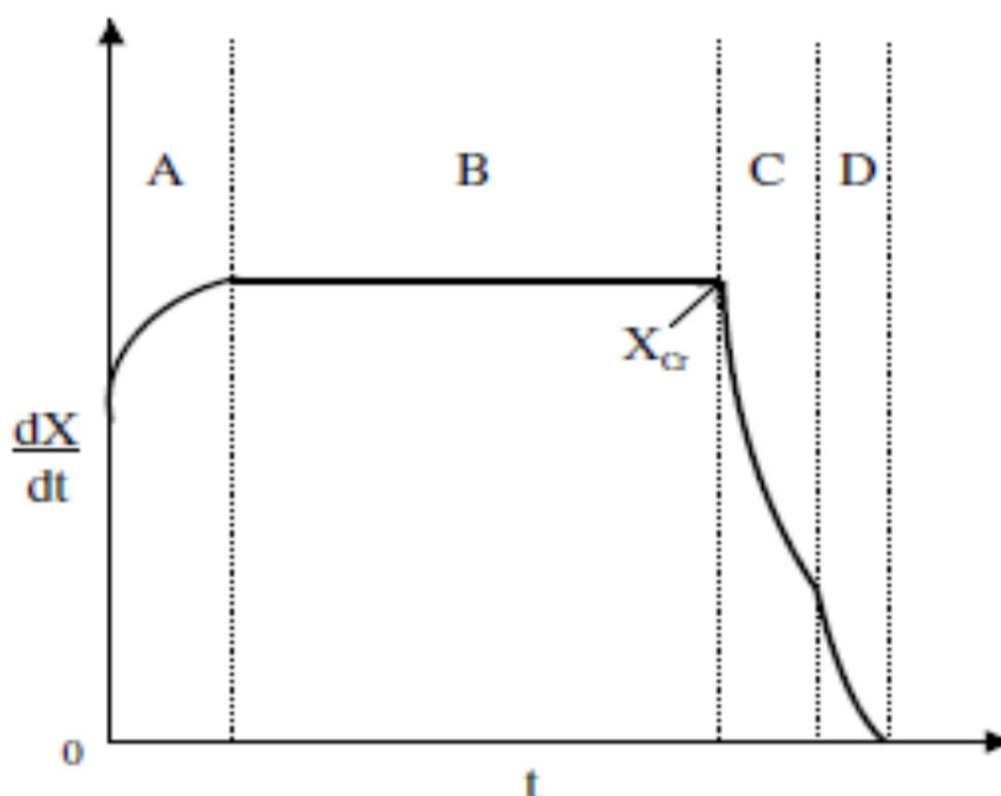


Рисунок 11 - Кривая скорости сушки для двух пористой модели [38]

Здесь X - доля влаги, t - время, а $X_{кр}$ - критическое содержание влаги, после достижения которого период постоянной скорости сушки сменяется первым периодом падения. Скорость сушки определяется как количество влаги, удаляемой из материала в единицу времени на единицу площади поверхности сушки. На начальной стадии сушки энергия поглощается матрицей, и жидкая вода начинает испаряться, поэтому скорость сушки быстро возрастает до максимального значения, как показано в области A графика. Области B, C и D представляют собой периоды относительно постоянной скорости сушки, первый

этап падающей скорости и второй этап падающей скорости сушки соответственно. Указанные явления, возникающие в процессе сушки, могут быть объяснены модельной теорией двух пор.

1.6. Выводы по главе 1

Анализ литературы по данной тематике позволяет сделать следующие выводы:

– Микроволновая сушка угля представляет собой большой интерес, в силу возможности получить значительное сокращение времени обработки (в некоторых случаях до четырех раз по сравнению с конвективной сушкой), снижение энергозатрат на дробление (по сравнению с конвективным способом сушки), повышение экологической безопасности (в приведенных примерах содержание серы угля может уменьшиться до 24%, а зольность – до 22,6%) и ряд других полезных особенностей. Однако, из-за большого количества параметров и их изменений, определяющих процесс сушки, подобрать оптимальный режим достаточно сложно. Данные особенности СВЧ-сушки определяют мотивацию к дальнейшему её исследованию.

– В силу изменяющихся параметров процесса СВЧ-обработки, экспериментальное нахождение экономичных и эффективных режимов сушки весьма затруднено. Поэтому необходимо составление математической модели, которая позволила бы учесть изменение данных параметров и их влияние на процесс микроволнового нагрева и сушки. Сами модели могут описывать процесс с разной степенью детализации, зависящей от целей. Важно соблюдать баланс и учитывать лишь необходимые факторы при моделировании, с целью избежать излишних вычислительных затрат.

– В силу нелинейности задачи нагрева и сушки, для учета основных параметров процесса, таких как распределение температуры, скорость сушки и др., представляет интерес применение приближенного анализа, с поиском асимптотических процедур с контролируемой погрешностью.

– Определение электрофизических и теплофизических характеристик, в зависимости от температуры и влажности материала, позволяет определить эффективность поглощения энергии СВЧ-волны на различной глубине материала в ходе процесса обработки.

– Определение зависимости температуры по глубине угольного слоя от времени определяет первый этап обработки – СВЧ-нагрев. Данная зависимость определяет координату и время начала следующего этапа – СВЧ-сушка.

– Моделирование распределения электромагнитного поля внутри материала в ходе нагрева и сушки представляет собой сложную задачу, решаемую только при большом количестве упрощений или численными способами. Как было показано, для одномерных задач или в случае средних и низких потерь СВЧ-энергии внутри образца, весьма подходящим способом описать затухание энергии электромагнитной волны является закон Бугера, дающий высокую точность описания и в то же время позволяющий получить решения достаточно общих задач.

Глава 2. Исследование состава угля, электрофизических и теплофизических свойств

Как было сказано ранее, электрофизические и теплофизические свойства угля могут существенно меняться в ходе СВЧ-обработки. В связи с этим встаёт необходимость определения этих свойств и измерения их изменений в ходе нагрева/сушки угля. В качестве опытного образца был выбран бурый уголь Таловского месторождения Сибири. Данный вид угля можно использовать в качестве топлива для тепловых электростанций, котельных и др. Однако, как показывает предварительный анализ, данный вид топлива нуждается в предварительной подготовке (сушка, дробление, удаление примесей).

Таловское буроугольное (марки Б1, Б2) месторождение Сибири расположено в юго-восточной части Томской области, в 35 км севернее города Томска, и оценивается как крупное, с прогнозным ресурсом около 3,6 млрд т, что способно обеспечить добычу угля 10-15 млн т. в год [39,40]. В указанных бурых углях влажность составляет от 15 до 30%, зольность – 10-25%, теплота сгорания при этом составила около 26 МДж/кг. В своей работе [41] авторы указали, что месторождение находится на стадии неполной геологической разработки и оценка угля как энергетического топлива позволит судить о возможных масштабах его применения для тепловых электрических станций, отопительных котельных и др. Как показывают ранее проведенные исследования [41], таловский уголь в первоначальном виде ограниченно пригоден для указанных целей, необходимо, однако, проведение дополнительной обработки.

2.1. Исследование состава угля и теплофизических характеристик

2.1.1. Приборы и методы исследования

В данной работе исследована керновая проба угля Таловского месторождения, которая была добыта из скважины № 40, на глубине около 26 метров. Образцы были выдержаны до воздушно-сухого состояния и проанализированы согласно ГОСТ Р 52911-2013 «Топливо твердое минеральное. Определение общей влаги», 55661-2013 «Топливо твердое минеральное. Определение зольности», 55660-2013 «Топливо твердое минеральное. Определение выхода летучих веществ». Химический состав зольного остатка исследован согласно ГОСТ 10538-87 «Топливо твердое. Методы определения химического состава золы».

С помощью анализатора Vario Micro Cube (Elementar, Германия) был определён элементный состав исследуемой пробы (рисунок 12). При помощи энергодисперсионного рентгенофлуоресцентного спектрометра EDX 720p (Shimadzu, Япония) был проведён анализ содержания микроэлементов (в частности, ртути и хлора) в угле (рисунок 13). Определение теплофизических характеристик, таких как теплоемкость и теплопроводность, проведено на анализаторе температуропроводности Discovery Flash DLF-1200 (TA Instruments, США, рисунок 14).

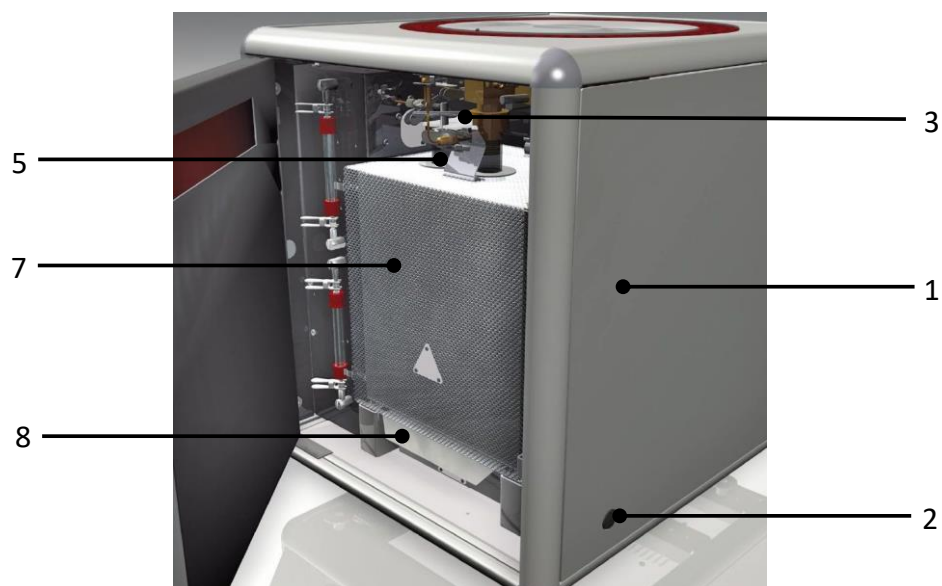


Рисунок 12 - Вид прибора с открытой передней дверцей

1 – правая дверца прибора; 2 – кнопка включения прибора; 3 – шаровой кран (Ball valve); 4 – трубка сжигания (Combustion tube); 5 – трубка восстановления (Reduction tube); 6 – осушительная трубка (Drying tube); 7 – печь с теплозащитным кожухом (Furnace with heat protection cladding); 8 – теплозащитная крышка кварцевого мостика (Quartz glass bridge heat protection cover)



Рисунок 13 - Вид спереди спектрометра EDX-720-P

1 – световая индикация включения рентгеновской трубки; 2 – верхняя крышка прибора; 3 – крышка кюветного отделения; 4 – панель управления (отображает текущее состояние прибора)



Рисунок 14 - Анализатор температуропроводности Discovery Flash DLF-1200

2.1.2. Анализ элементного состава

Измерения проводились с помощью элементного анализатора Vario Micro Cube, прибора, позволяющего определить элементный состав (C, H, N, S, O).

Принцип работы данного устройства состоит в следующем. Анализируемая проба загружается в автоподатчик образцов, который, вращаясь, через определенное время перемещает пробу в шаровый кран. Из крана проба попадает в трубку сжигания, в которой происходит её сжигание. Образовавшиеся при сжигании продукты поступают в трубку восстановления, затем переходят в осушительную трубку – для удаления паров воды, присутствовавшей в пробе. Далее восстановленный газ направляется в адсорбционную колонку, где разделяется на отдельные компоненты газов, и поступает в детектор по теплопроводности (ДТП). Сигнал с детектора передается в компьютер и обрабатывается при помощи калибровочных кривых.

Также для дополнительного измерения состава использовался рентгенофлуоресцентный спектрометр EDX 720p – это прибор, используемый для

определения элементного состава вещества от натрия до урана при помощи рентгенофлуоресцентного анализа.

2.1.3. Анализ температуропроводности

Измерения проводились с использованием анализатора Discovery Flash DLF-1200, который сконфигурирован соединением модулей источников излучения и термостатов. Модуль источника содержит ксеноновую лампу с пониженной длительностью вспышки (HSXD) или лазер, регистрационную систему и элементы управления температурой. Данный анализатор может определить температуропроводность в широком диапазоне температур (от -150°C до 1200°C).

В данных экспериментах был использован метод вспышки, который позволяет с высокой скоростью, воспроизводимостью и точностью определить температуропроводность образца.

Метод заключается в равномерном облучении одной плоскости небольшого дискообразного образца очень коротким импульсом энергии (рисунок 15).

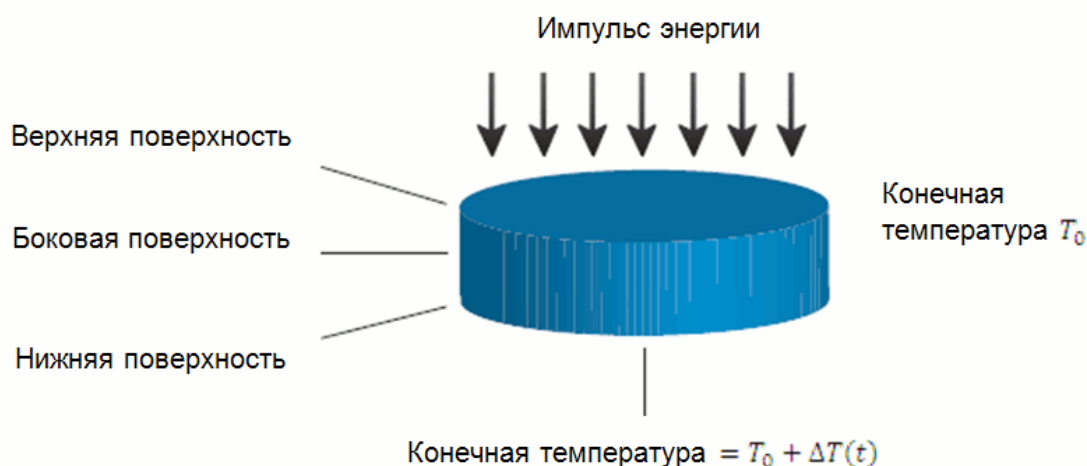


Рисунок 15 - Схематичное изображение измерения температуропроводности методом вспышки

Температурно-временная зависимость на нижней поверхности регистрируется твердотельным оптическим датчиком со сверхбыстрым откликом. Температуропроводность определяется на основе полученной термограммы

(рисунок 16). На основе полученного значения и ранее измеренного значения плотности образца рассчитывается теплоемкость и теплопроводность.

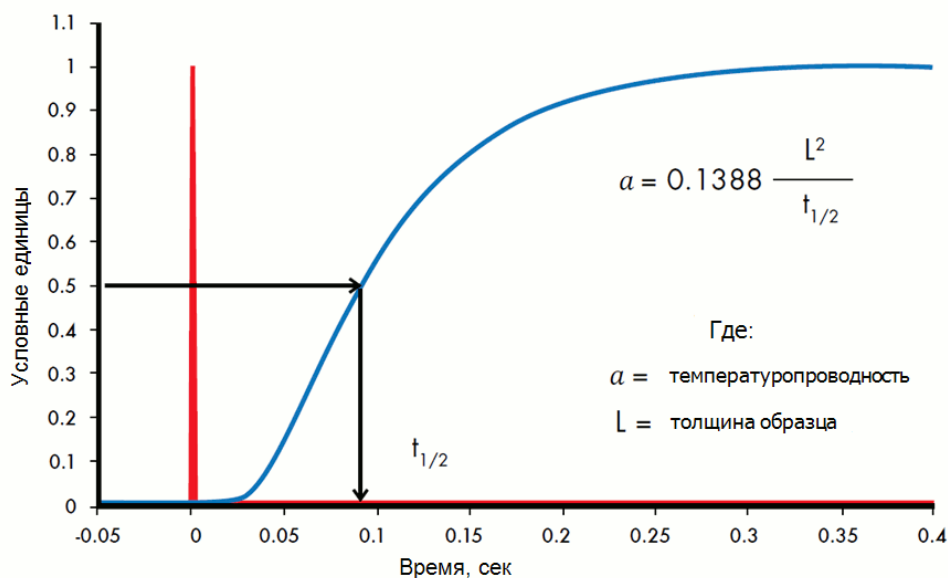


Рисунок 16 - Термограмма, получаемая на анализаторе Discovery Flash DLF-1200

2.1.4. Результаты экспериментов

Теплотехнические характеристики исследуемой пробы таловского угля приведены в таблице 1, химический состав зольного остатка – в таблице 2, теплофизические характеристики в зависимости от температуры и влажности исходного топлива – в таблице 3 и таблице 4 соответственно.

Таблица 1 - Теплотехнические характеристики исследуемой пробы Таловского угля

Характеристика	Значение (%)
Рабочая влажность, W_t^r	17,94
Зольность в пересчете на сухую массу, A^d	24,49
C^{daf}	61,29
H^{daf}	4,72
N^{daf}	0,40
S^{daf}	1,43
O^{daf} (по остатку)	32,16
Содержание ртути (Hg)	Не обнаружено
Содержание хлора (Cl)	Не обнаружено

Таблица 2 - Состав зольного остатка, полученного при озолении угля

Химические компоненты золы, %	Значение (%)
SiO ₂	54,0
CaO	4,7
MgO	1,9
SO ₃	1,9
R ₂ O ₃ +TiO ₂	35,6
Fe ₂ O ₃	8,5
Итого	98,1

Таблица 3 - Теплофизические характеристики таловского угля при различной температуре

Температура (°C)	Теплопроводность, Вт/(м·К)	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	Температуропроводность, см ² /с
25	0,23	1438,47	0,0013
50	0,23	1430,80	0,0013
80	0,22	1423,65	0,0012
110	0,22	1463,96	0,0012

Таблица 4 - Теплофизические характеристики таловского угля

при различной влажности

Влажность %	Теплопроводность, Вт/(м·К)	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	Температуропроводность, см ² /с
3,15	0,21	1383,83	0,0011
6,37	0,25	1438,47	0,0013
7,66-15,1	0,23	1619,15	0,0013
23,33	0,27	1612,02	0,0016

При этом погрешность измерения величины температуропроводности составила 2,3%, удельной теплоемкости – 4%, теплопроводности – 5%. Измеренные значения истинной теплоемкости совпадают с результатами (рисунок 17), полученными с помощью прибора ИТ-С-400.

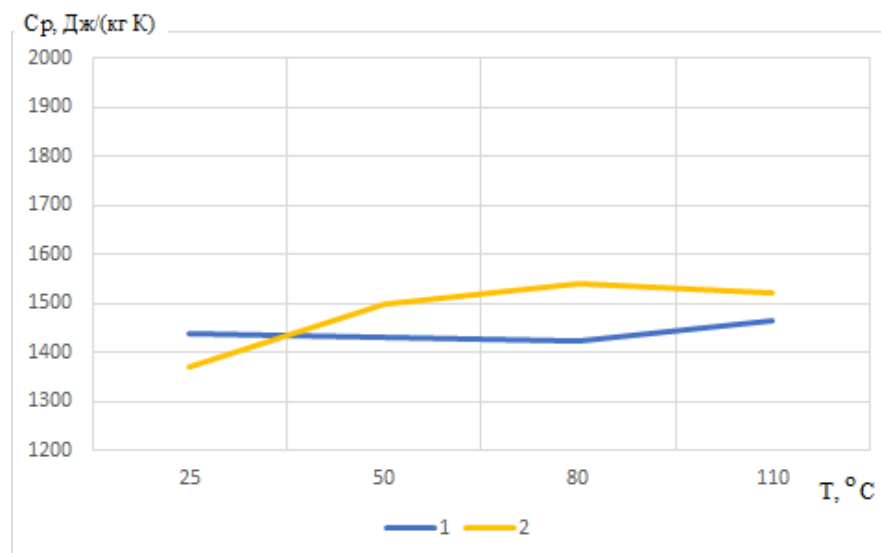


Рисунок 17 - Зависимость теплоемкости таловского угля от температуры: 1 – Измерения, полученные прибором ИТ-С-400; 2 – с помощью анализатора Discovery Flash DLF-1200

Сходимость результатов, полученных разными методами, свидетельствует о достоверности определенных величин.

2.2. Исследование электрофизических свойств угля

Помимо теплофизических характеристик и состава угля, необходимо было определить электрофизические характеристики – мнимую и реальную часть диэлектрической проницаемости, их изменение с ростом температуры и падением влажности, а также оценить вклад таких механизмов нагрева, как релаксационная поляризация и нагрев током проводимости.

2.2.1. Приборы и методы исследования

Для измерения электрофизических параметров, в частности диэлектрической проницаемости и тангенса угла диэлектрических потерь существует множество различных методов, среди которых резонансные, волноводные, оптические, калориметрические, пондеромоторные методы, измерительные конденсаторы и др. Основными требованиями к методу измерений являются:

- а) высокая точность получаемых результатов;
- б) возможность измерять частоты в области 2,4-2,5 ГГц;
- с) простота и надежность модели, позволяющей определить электрофизические свойства.

Среди перечисленных методов, удовлетворяющих необходимым требованиям, был выбран резонансный метод. Основная идея данного метода состоит в наблюдении резонансных кривых колебательного контура по мере внесения в него исследуемого образца. Изменение добротности контура и сдвиг резонансной частоты резонатора позволяют определять действительную и мнимую часть диэлектрической проницаемости образца. Связь между параметрами резонатора и исследуемого образца в зависимости от частоты получается из решений уравнений Максвелла или Кирхгофа.

В данной работе исследовались образцы Таловского бурого угля на частоте 2,45 ГГц. Именно на этой промышленной частоте поглощение влагой СВЧ-волн становится достаточно эффективным. В области сантиметровых длин волн применяется метод малых возмущений [42]. В работе был использован резонатор цилиндрического типа, для конфигурации которого удалось решить уравнения электромагнитного поля и учесть влияние внесенного образца на эти поля. Зная связь между изменениями добротности, резонансной частоты и электрофизическими параметрами для образца, помещенного в центр цилиндрического резонатора с колебаниями моды E_{010} , возможно рассчитать значения действительной, мнимой частей диэлектрической проницаемости, а также тангенс угла диэлектрических потерь:

$$\varepsilon' = 1 - 0.539 \left(\frac{a}{b} \right)^2 \frac{l}{h} \frac{f_1 - f_0}{f_0} \quad (2.1)$$

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{0.269}{\varepsilon'} \frac{l}{h} \left(\frac{a}{b} \right)^2 \left(\frac{1}{Q_1} - \frac{1}{Q_0} \right) \quad (2.2)$$

Где ε' – действительная часть диэлектрической проницаемости; a , l – радиус и высота резонатора соответственно (м); b , h – радиус и высота внесённого

образца соответственно (м); Q_0 , Q_1 – добротности резонатора без образца и с образцом соответственно; f_0 , f_1 – частота резонатора без образца и с образцом соответственно (Гц); $\text{tg}\delta$ – тангенс угла диэлектрических потерь.

В работе использовался микроволновый анализатор цепей фирмы Agilent Technologies модель N5230A. Это устройство является эталонным измерительным оборудованием, которое способно с высокой точностью измерять основные параметры электрической цепи и выдавать в удобном виде всю получаемую информацию о диагностируемом объекте. Данное устройство способно генерировать СВЧ-волны на частоте 2,45 ГГц, заходящие через коаксиальный кабель внутрь цилиндрического резонатора, при этом параллельно измеряется добротность и резонансная частота получившегося контура (рисунок 18).

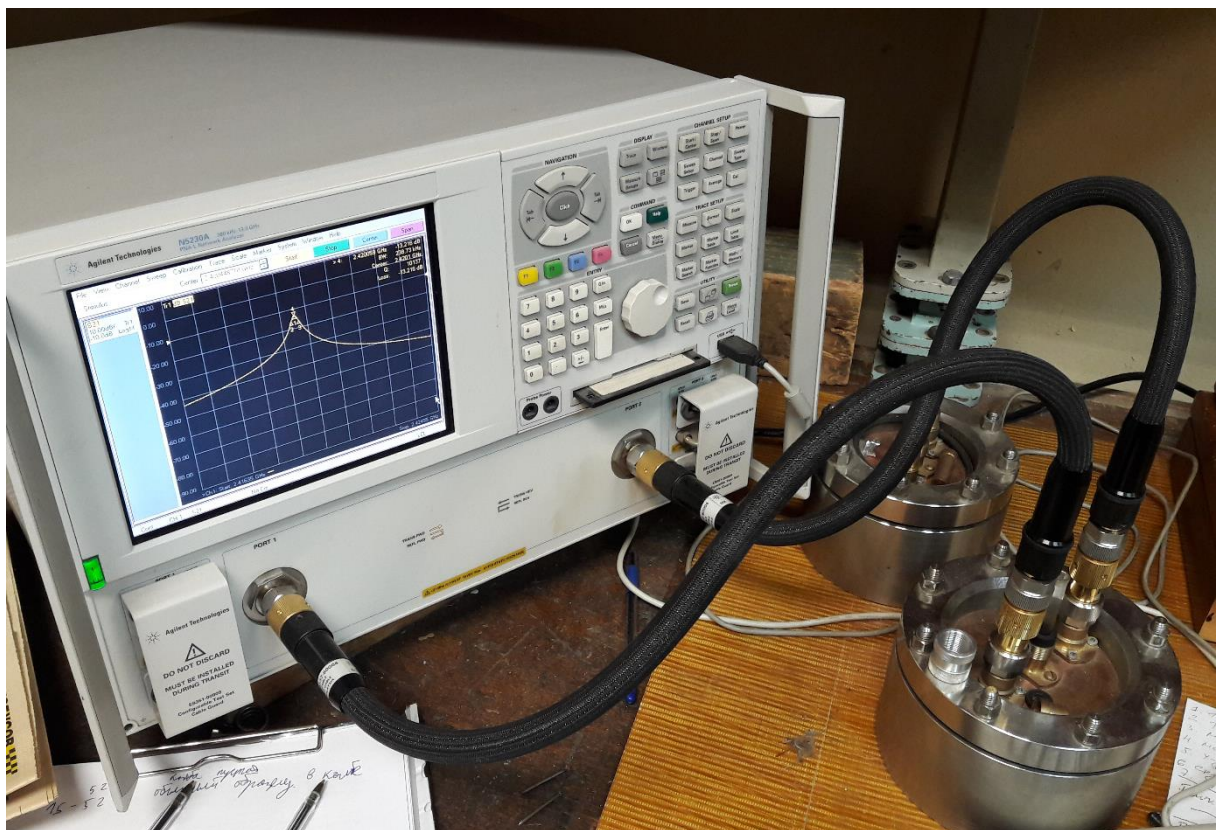


Рисунок 18 - Анализатор цепей фирмы Agilent Technologies модель N5230A и цилиндрический резонатор

2.2.2. Изучение состава и подготовка образца угля Таловского месторождения

Образец угля обрабатывался в форме цилиндра массой 200-500 (мг). При этом, в силу сыпучести угля, образец помещался в кварцевую колбу, чтобы предотвратить попадание угля внутрь резонатора. При этом измерялись добротность и резонансная частота (рисунок 19) до и после внесения образца внутрь кварцевой колбы (рисунок 20).

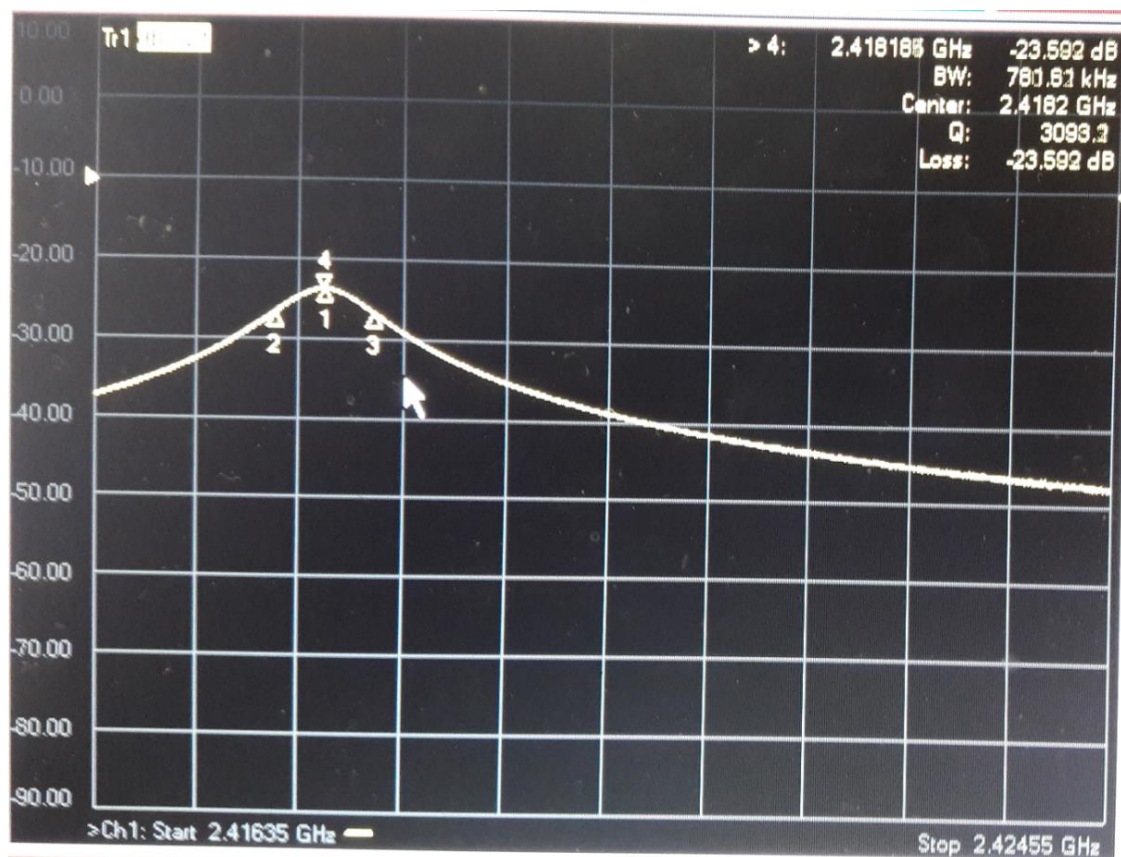


Рисунок 19 - Показания прибора при помещенном внутрь образце



Рисунок 20 - Отверстие внутри резонатора с кварцевой колбой для помещения внутрь образца угля

Далее, на основе расчётных формул были определены диэлектрическая проницаемость и тангенс угла диэлектрических потерь. Однако в ходе СВЧ-нагрева и сушки угля может существенно меняться температура и влажность образца, что неизменно приведёт к изменениям диэлектрических параметров. Поэтому было необходимо подготовить стенд, который позволил бы осуществить измерения зависимостей электрофизических свойств от влажности и температуры.

2.2.3. Изучение зависимости электрофизических параметров от влажности и температуры

В силу невозможности внесения нагревательного/измерительного оборудования внутрь резонатора была разработана нагревательная трубка, находящаяся над кварцевой трубкой резонатора (рисунок 21). Данная трубка позволяет нагревать образец до 100-150 °С. После нагрева образец помещался внутрь резонатора, и по мере остывания снимались значения резонансной частоты и добротности контура. Нагрев проводился до различных температур, и измерялось время остывания образца до комнатной температуры, что позволило пересчитать зависимость частоты и добротности контура от температуры. После

каждого измерения проводились измерения веса образца, пересчитывалась исходная влажность материала.

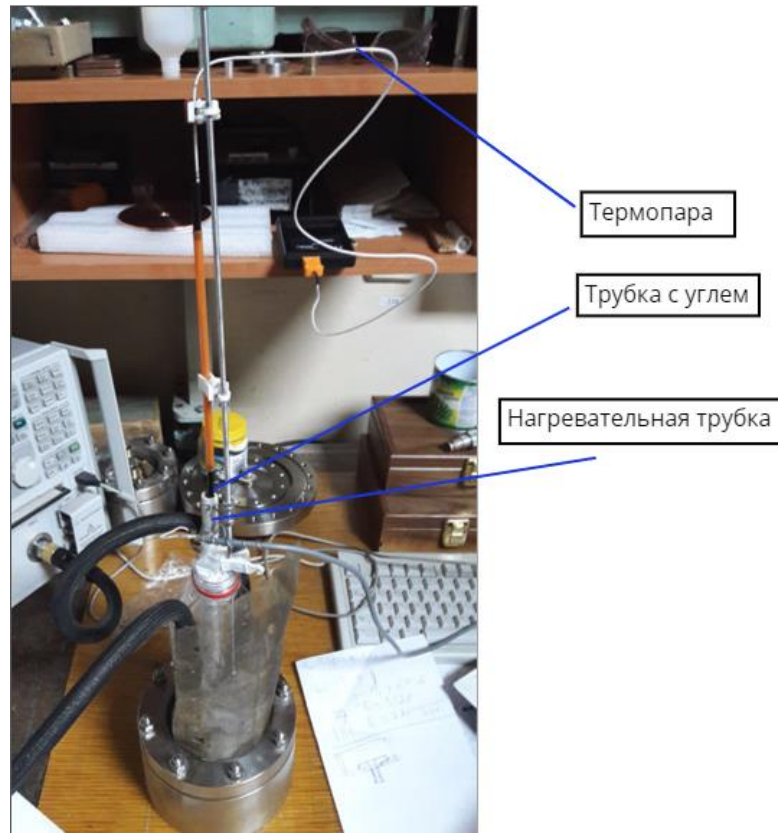


Рисунок 21 - Стенд для предварительного нагрева образца угля до температур 100-150 °С

После ряда измерений с одним и тем же образцом зависимости от температуры становились более похожими, что свидетельствует о выходе свободной влаги из образца.

Поглощенная мощность от СВЧ-волн связана с диэлектрическими потерями и потерями на электропроводность и может быть рассчитана по формуле:

$$P = 2\pi |E_0|^2 f \varepsilon_0 \varepsilon_{eff}'' \quad (2.3)$$

Где ε_{eff}'' – эффективная мнимая часть диэлектрической проницаемости, отвечающая за релаксационную поляризацию и ионную проводимость, E_0 – модуль напряженности электрического поля (В/м), ε_0 – диэлектрическая константа, приближенно равная $8,85 \cdot 10^{-12} \text{ (м}^{-3} \text{ кг}^{-1} \text{ с}^4 \text{ А}^2\text{)}$, P – мощность (Вт/м³), σ – удельная проводимость (Ом⁻¹ м⁻¹). Для определения влияния нагрева током проводимости требовалось также измерить проводимость данного угля.

2.2.4. Измерение проводимости угля Таловского месторождения

Образец угля был подготовлен в форме прямоугольного параллелепипеда. Для качественного контакта с электродами на уголь была нанесена фольга. Сопротивление угля измерялось при разных напряжениях (рисунок 22). Измеренная проводимость составила $4,7 \cdot 10^{-3} \text{ (Ом}^{-1} \text{ м}^{-1}\text{)}$.



Рисунок 22 - Сопротивление образца угля в зависимости от напряжения

2.2.5. Полученные результаты

При прочих постоянных величинах наибольшее влияние на СВЧ-нагрев оказывает мнимая часть диэлектрической проницаемости. В таблице 5 приведены значения исходных электрофизических параметров для трёх исследуемых образцов.

Таблица 5 - Теплотехнические характеристики исследуемой пробы Таловского угля

Образец №	Диэлектрическая проницаемость	Тангенс угла диэлектрических потерь	Мнимая часть диэлектрической проницаемости
1	4,315	0,117	0,507
2	4,315	0,131	0,566
3	4,730	0,168	0,797

При этом относительная погрешность в ходе измерений одного и того же образца составила около 8%, что можно объяснить образованием на торцевых поверхностях образца связанных поверхностных зарядов, возникающих при

поляризации диэлектрика в электрическом поле, и неидеальной геометрией образца.

Ниже приведена одна из экспериментально полученных зависимостей изменения мнимой части диэлектрической проницаемости угля по мере остывания (рисунок 23). «0» по горизонтальной оси – начало остывания, соответствующее температуре 150 °С, «**» – момент достижения комнатной температуры (данный момент совпадал со временем остановки колебаний добротности и резонансной частоты контура). Справа показаны значения влажности измеряемого образца.

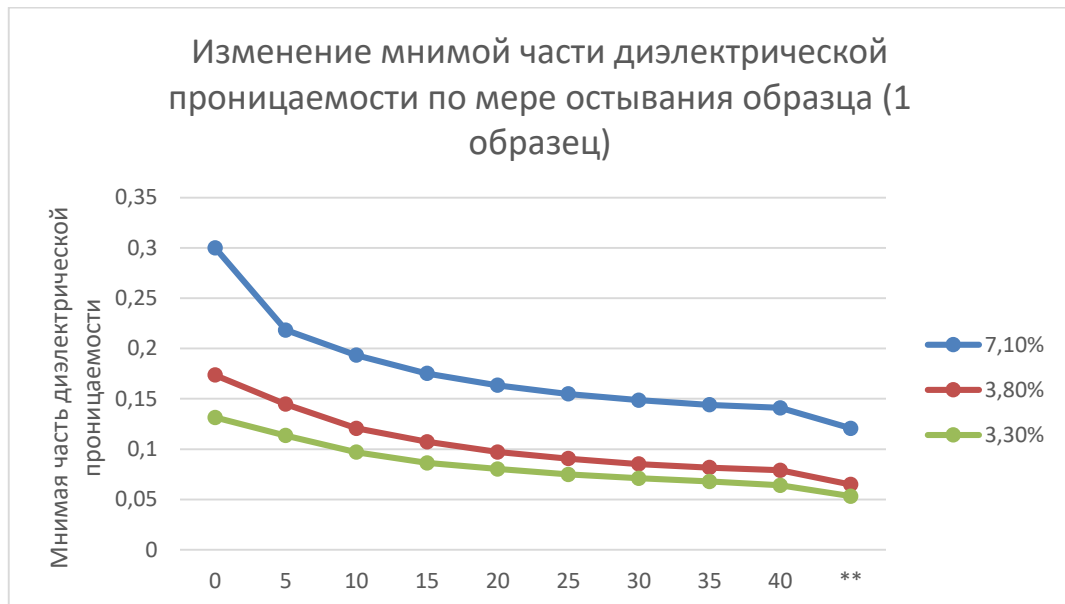


Рисунок 23 - Изменение мнимой части диэлектрической проницаемости по мере остывания образца с температуры 150 °С до комнатной температуры

Как видно из графика, мнимая часть диэлектрической проницаемости при больших температурах возрастает, что положительно сказывается на поглощении энергии СВЧ-волн и оптимально влияет на нагрев. С другой стороны, при больших температурах происходит существенное снижение влажности угля, что снижает эффективность поглощения. В ходе экспериментов с разными образцами был получен массив данных, позволяющий найти приближённые зависимости электрофизических параметров от влажности и температуры, что было впервые получено для угля Таловского месторождения.

Ниже на рисунке 24 приведена аппроксимация экспериментальных данных, полученных в проведенном эксперименте:

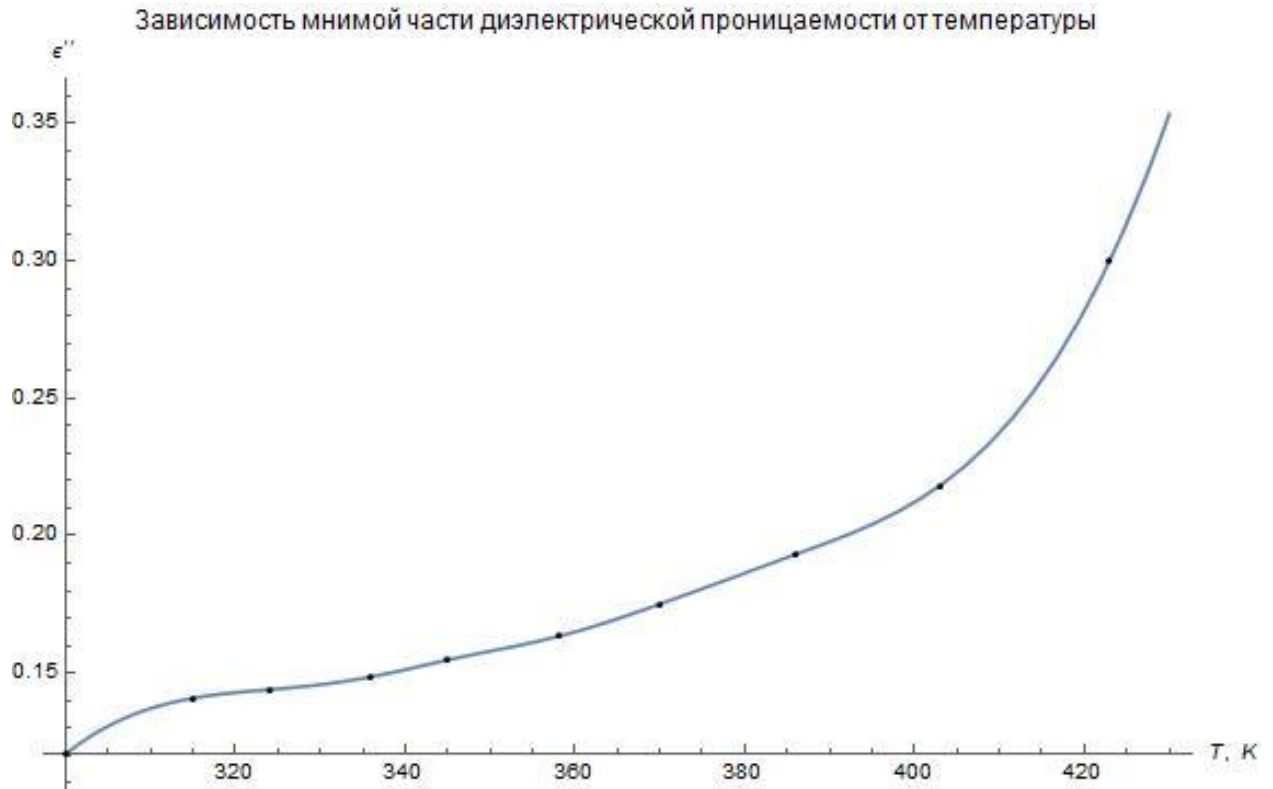


Рисунок 24 - Зависимость мнимой части диэлектрической проницаемости от температуры

Для диэлектриков глубина проникновения D_p находится:

$$D_p = \frac{\lambda_0}{2\pi(2\varepsilon')^{\frac{1}{2}}} \left\{ \left[1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - 1 \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (2.4)$$

Ниже приведена рассчитанная зависимость глубины проникновения СВЧ внутри слоя в зависимости от температуры (рисунок 25).

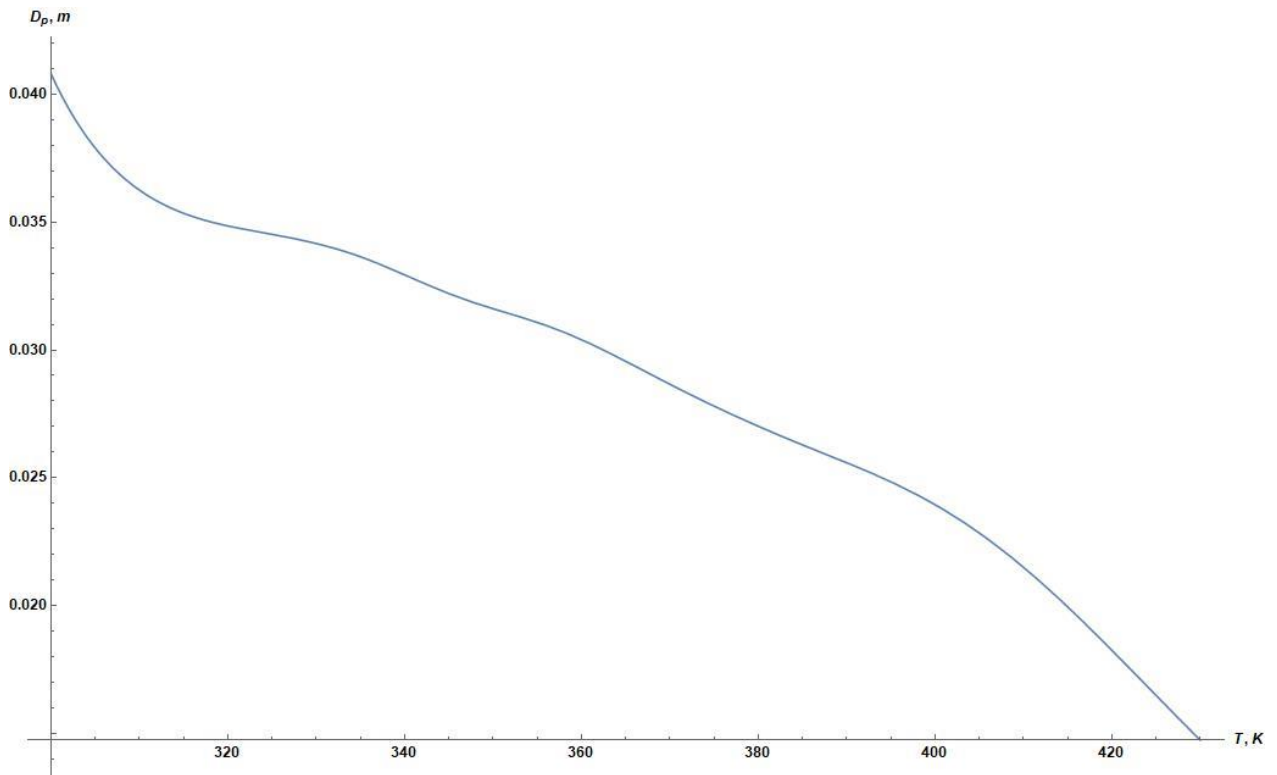


Рисунок 25 - Зависимость глубины проникновения от температуры

Как видно из приведенных зависимостей, с ростом температуры все большая часть мощности фокусируется в области, близкой к поверхности.

2.3. Выводы по главе 2

В ходе выполнения данных работ посредством использования аттестованных методик ГОСТ и высокоточной приборной базы определены теплотехнические и теплофизические характеристики бурого угля Таловского месторождения, включающие значения влажности, зольности, элементный состав и содержание ртути и хлора, химический состав золы, теплоемкость, теплопроводность, температуропроводность.

Данные результаты имеют хорошее совпадение с результатами измерения указанных характеристик другими авторами, что свидетельствует о достоверности полученных значений. Найденные зависимости теплофизических характеристик от температуры и влажности будут положены в основу модели СВЧ-нагрева и сушки угля Таловского месторождения. При этом было

определено, что теплопроводность и температуропроводность с ростом температуры практически не меняются, в то время как удельная теплоёмкость меняется в пределах 3%. Изменение этих свойств с падением влажности более значимо: удельная теплоемкость изменилась на 14%, теплопроводность и температуропроводность при уменьшении влажности от 23% до 3% – примерно на 2%.

Эффективность поглощения СВЧ-излучения диэлектрическим материалом зависит от ряда факторов, среди которых могут быть названы напряжённость электрического поля, частота, мнимая часть диэлектрической проницаемости. И если в ходе СВЧ-нагрева можно контролировать напряжённость поля и частоту, то диэлектрическая проницаемость угля по мере роста температуры и изменения влажности может значительно меняться. Также измерения проводимости показали, что нагрев угля СВЧ-волнами осуществляется с помощью двух неразделимых механизмов: релаксационная поляризация и нагрев током проводимости.

В ходе данных работ были измерены электрофизические параметры бурого угля Таловского месторождения с помощью резонансного метода. Была разработана методика определения зависимостей данных параметров от влажности и температуры. При этом при влажности свыше 7% изменение мнимой части диэлектрической проницаемости (соответственно и эффективность преобразования энергии электромагнитной волны в тепло) может меняться в три раза в температурном диапазоне 25-100 °С. Полученные данные позволили составить зависимости, которые в дальнейшем были положены в основу модели, позволяющей рассчитать СВЧ-нагрев и сушку данного вида угля.

Глава 3. Моделирование СВЧ-обработки угольного слоя

3.1. Постановка задачи нагрева и поиск аналитических решений

3.1.1. Постановка задачи по СВЧ-прогреву плоского угольного массива

Уголь представляет собой диэлектрический материал, способный поглощать электромагнитное излучение СВЧ-диапазона и формировать таким образом внутренний источник тепла. В данной постановке он моделировался по экспоненциальному закону Бугера. Указанный внутренний источник тепла обеспечивает прогрев, зажигание и выгорание угольного массива. Сам слой имеет две границы. На верхней границе тепло отводится при помощи механизмов радиации и конвекции (рисунок 26), а нижняя граница термоизолирована. Радиация наиболее весомо проявляется при больших температурах ($\sim T^4$), конвекция – при более низких температурах ($\sim T$). В общем случае, однако, необходим учет сразу двух параллельных тепловых потоков.

Будем решать наиболее простую задачу из этого класса, сохраняющую, тем не менее, все её специфические особенности. Математическая модель содержит следующие допущения:

- a) теплофизические характеристики угля постоянны и изотропны;
- b) принята постоянная по координате начальная температура слоя;
- c) тепло от поверхности массива отводится теплоизлучением и конвекцией одновременно;
- d) неизотермичность угольного массива учитывается.

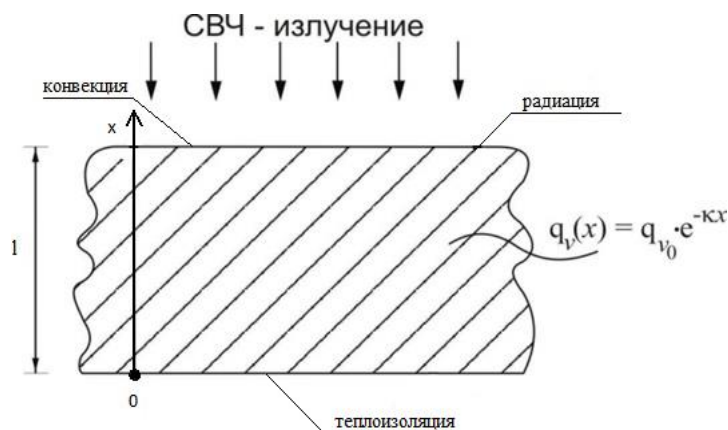


Рисунок 26 - Схема задачи СВЧ-нагрева с теплоотводом конвекцией и теплоизлучением одновременно

С учётом перечисленных допущений система дифференциальных уравнений данной задачи может быть записана в следующем виде:

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + \frac{q_{v0}}{c\rho} e^{-kx} \quad (3.1)$$

$$0 \leq t \leq t_3, \quad 0 \leq x \leq l$$

$$T(x, 0) = T_0 \quad (3.2)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(l,t)}{\partial x} = \sigma [T^4(l,t) - T_c^4] + \alpha [T(l,t) - T_c] \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = 0 \quad (3.4)$$

Здесь t – текущее время, c ; x – текущая декартова координата, m ; t_3 – момент зажигания, s ; l – толщина угольного массива, m ; a – коэффициент температуропроводности, m^2/s ; $T(x,t)$ – текущая температура, K ; λ – коэффициент теплопроводности, $Вт/м \cdot K$; c – удельная теплоемкость, $кДж/кг \cdot K$; α – коэффициент теплоотдачи на верхней поверхности, $Вт/м^2 \cdot K$, ρ – плотность, $кг/м^3$; σ – коэффициент теплового излучения, $Вт/м^2 \cdot K^4$; k – коэффициент поглощения СВЧ-излучения, m^{-1} ; T_c – температура окружающей среды, K ;

Для поиска обобщенного решения перейдем к безразмерным переменным, выбрав в качестве масштабов величины, входящие в условия однозначности задачи. Для этого в задачу (3.1) - (3.4) введем новые переменные:

$$X = \frac{x}{l} - \text{безразмерная координата}$$

$$Fo = \frac{t}{l^2 / a} - \text{число Фурье,}$$

$$Po = \frac{q_{v_0} l^2}{\lambda T_c} - \text{число Померанцева}$$

$$Bu = kl - \text{число Бугера}$$

$$\theta(X, Fo) = \frac{T(x, t)}{T_c} - \text{безразмерная текущая температура}$$

$$Sk = \frac{\sigma T_c^3 l}{\lambda} - \text{число Старка}$$

$$Bi = \frac{\alpha l}{\lambda} - \text{число Био}$$

В результате получим:

$$\frac{\partial \theta(X, Fo)}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta(X, Fo)}{\partial X^2} + Po \cdot e^{-BuX} \quad (3.5)$$

$$\theta(X, 0) = \theta_0 \quad (3.6)$$

$$-\frac{\partial \theta(1, Fo)}{\partial X} = Sk [\theta^4(1, Fo) - 1] + Bi [\theta(1, Fo) - 1] \equiv Ki(Fo) \quad (3.7)$$

$$\frac{\partial \theta(0, Fo)}{\partial X} = 0 \quad (3.8)$$

3.1.2. Решение задачи СВЧ-прогрева плоского угольного массива

Задача (3.5)-(3.8) не имеет строгого аналитического решения в силу нелинейности закона Стефана-Больцмана в (3.7). Однако, как показано в работе [43], существует возможность построения достаточно эффективных асимптотик для таких задач. Далее перейдем к построению таких асимптотик для малых и больших значений числа Fo . С этой целью переведем систему (3.5) – (3.8) из области оригиналов в область изображений по Лапласу.

Преобразованная система выглядит следующим образом:

$$s\theta_L(X, s) - \theta_0 = \theta_L''(X, s) + \frac{Po}{s} e^{-BuX} \quad (3.9)$$

$$-\theta_L'(1, s) = Ki_L(s) \quad (3.10)$$

$$\theta_L'(0, s) = 0 \quad (3.11)$$

Найдем решение данной системы как сумму решения однородной задачи и решения с учетом неоднородного члена:

$$\theta_L(X, s) = Y_1(X, s) + Y_2(X, s)$$

Решение однородной задачи в общем виде дает $Y_1(X, s) = A \cdot e^{\sqrt{s} \cdot X} + B \cdot e^{-\sqrt{s} \cdot X}$

Неоднородная часть должна быть вида $Y_2(X, s) = C \cdot e^{-Bu \cdot X} + \frac{\theta_0}{s}$

Далее подставляем общий вид решения

$\theta_L(X, s) = A \cdot e^{\sqrt{s} \cdot X} + B \cdot e^{-\sqrt{s} \cdot X} + C \cdot e^{-Bu \cdot X} + \frac{\theta_0}{s}$ неоднородной задачи в уравнения (3.9)-(3.11), находим константы.

Тогда общее и частное решение для преобразованного по Лапласу температурного распределения можно записать:

$$\begin{aligned} \theta_L(X, s) = & \left[\frac{Po \cdot Bu}{\sqrt{s} \cdot s \cdot (s - Bu^2)} \cdot \left(1 + \frac{e^{\sqrt{s}} - e^{-Bu}}{e^{-\sqrt{s}} - e^{\sqrt{s}}} \right) + \frac{Ki_L}{\sqrt{s} \cdot (e^{-\sqrt{s}} - e^{\sqrt{s}})} \right] \cdot e^{\sqrt{s} \cdot X} + \\ & + \frac{1}{e^{-\sqrt{s}} - e^{\sqrt{s}}} \cdot \left[\frac{Ki_L}{\sqrt{s}} + \frac{Po \cdot Bu}{\sqrt{s} \cdot s \cdot (s - Bu^2)} \cdot (e^{\sqrt{s}} - e^{-Bu}) \right] \cdot e^{-\sqrt{s} \cdot X} + \frac{Po}{s(s - Bu^2)} e^{-BuX} + \frac{\theta_0}{s} \end{aligned}$$

Или

$$\begin{aligned} \theta_L(X, s) = & \frac{Po \cdot Bu}{s^{\frac{3}{2}} \cdot (s - Bu^2)} \left[\left(1 + \frac{e^{\sqrt{s}} - e^{-Bu}}{e^{-\sqrt{s}} - e^{\sqrt{s}}} \right) \cdot e^{\sqrt{s} \cdot X} + \frac{e^{\sqrt{s}} - e^{-Bu}}{e^{-\sqrt{s}} - e^{\sqrt{s}}} e^{-\sqrt{s} \cdot X} \right] \\ & - Ki_L(s) \cdot \Phi(s, X) + \frac{Po}{s(s - Bu^2)} e^{-BuX} + \frac{\theta_0}{s} \end{aligned} \quad (3.12)$$

где

$$\Phi(s, X) = \frac{ch(\sqrt{s}X)}{\sqrt{s} \cdot sh\sqrt{s}} - \text{передаточная функция}$$

Далее перейдем к поиску асимптотических решений для малых времен.

3.1.3. Малые Fo (большие s)

Введем обозначение $Y_1(X, s) = -Ki(s) \cdot \Phi(s, X)$ – общее решение

$$Y_2(X, s) = \frac{Po \cdot Bu}{\sqrt{s} \cdot s \cdot (s - Bu^2)} \left[\left(1 + \frac{e^{\sqrt{s}} - e^{-Bu}}{e^{-\sqrt{s}} - e^{\sqrt{s}}} \right) \cdot e^{\sqrt{s} \cdot X} + \frac{e^{\sqrt{s}} - e^{-Bu}}{e^{-\sqrt{s}} - e^{\sqrt{s}}} e^{-\sqrt{s} \cdot X} \right] + \frac{Po}{s(s - Bu^2)} e^{-BuX} + \frac{\theta_0}{s}$$

- частное решение.

Тогда система основных уравнений (3.5) - (3.8) после преобразования Лапласа выглядит следующим образом:

$$Y_1''(X, s) - sY_1(X, s) = 0$$

$$-Y_1'(1, s) = Ki(s)$$

$$Y_1'(0, s) = 0$$

Представим передаточную функцию в виде разложения по большому параметру s.

Пусть
$$\Phi(s, X) = \frac{ch(\sqrt{s}X)}{\sqrt{s} \cdot sh\sqrt{s}} \approx \Psi_1(X, s) \frac{e^{-\sqrt{s}}}{\sqrt{s}} + \Psi_2(X, s) \frac{e^{-2\sqrt{s}}}{s} + \dots$$

В результате общее решение в изображениях примет вид:

$$Y_1(X, s) = -Ki_L(s) \left[\Psi_1(X, s) \frac{e^{-\sqrt{s}}}{\sqrt{s}} + \Psi_2(X, s) \frac{e^{-2\sqrt{s}}}{s} + \dots \right] \quad (3.13)$$

Далее подставляем решение $Y_1(X, s)$ в систему (3.9) – (3.11)

$$\begin{aligned} & -Ki_L(s) \left[\Psi_1''(X, s) \frac{e^{-\sqrt{s}}}{\sqrt{s}} + \Psi_2''(X, s) \frac{e^{-2\sqrt{s}}}{s} + \dots \right] + \\ & + sKi_L(s) \left[\Psi_1(X, s) \frac{e^{-\sqrt{s}}}{\sqrt{s}} + \Psi_2(X, s) \frac{e^{-2\sqrt{s}}}{s} + \dots \right] = 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

И приравняем члены при одинаковых степенях разложения

В итоге, для $\Psi_1(X, s)$ получим

$$\Psi_1''(X, s) - s\Psi_1(X, s) = 0 \quad (3.15)$$

Из уравнений (3.10-3.11) следует

$$-Ki_L(s) \left[\Psi_1'(1, s) \frac{e^{-\sqrt{s}}}{\sqrt{s}} \right] = -Ki_L(s), \text{ или} \quad (3.16)$$

$$\Psi_1'(1, s) = \frac{\sqrt{s}}{e^{-\sqrt{s}}} \quad (3.16)$$

$$\Psi_1'(0, s) = 0 \quad (3.17)$$

Решение (3.15-3.17) представляется в виде

$$\Psi_1(X, s) = A \cdot sh(\sqrt{s}X) + B \cdot ch(\sqrt{s}X) \quad (3.18)$$

Из граничного условия (3.17) следует $A=0$

При $X=1$, используя (3.16), находим

$$B = \frac{1}{e^{-\sqrt{s}} \cdot sh(\sqrt{s})} \quad (3.19)$$

Тогда

$$\Psi_1(X, s) = \frac{ch(\sqrt{s}X)}{e^{-\sqrt{s}} \cdot sh(\sqrt{s})} \quad (3.20)$$

Распишем гиперболические функции в виде

$$ch(\sqrt{s}X) = \frac{1}{2}(e^{-\sqrt{s}X} + e^{\sqrt{s}X}) \quad (3.21)$$

$$\frac{1}{sh(\sqrt{s})} = 2(e^{-\sqrt{s}} + e^{-3\sqrt{s}} + \dots) \quad (3.22)$$

Далее подставляем (3.21) и (3.22) в (3.20):

$$\Psi_1(X, s) \approx e^{-\sqrt{s}X} + e^{\sqrt{s}X} \quad (3.23)$$

В итоге решение в изображениях приобретает вид

$$\begin{aligned} \theta_L(X, s) = & -Ki_L(s) \cdot (e^{-\sqrt{s}X} + e^{\sqrt{s}X}) \cdot \frac{e^{-\sqrt{s}}}{\sqrt{s}} + \\ & + \frac{Po \cdot Bu}{\sqrt{s} \cdot s \cdot (s - Bu^2)} \left[\left(1 + \frac{e^{\sqrt{s}} - e^{-Bu}}{e^{-\sqrt{s}} - e^{\sqrt{s}}} \right) \cdot e^{\sqrt{s} \cdot X} + \frac{e^{\sqrt{s}} - e^{-Bu}}{e^{-\sqrt{s}} - e^{\sqrt{s}}} e^{-\sqrt{s} \cdot X} \right] + \frac{Po}{s(s - Bu^2)} e^{-BuX} + \frac{\theta_0}{s} \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \theta_L(X, s) = & -\frac{Ki_L(s)}{\sqrt{s}} \cdot (e^{-\sqrt{s}(X+1)} + e^{\sqrt{s}(X-1)}) + \\ & + \frac{Po \cdot Bu}{\sqrt{s} \cdot s \cdot (s - Bu^2)} \left[\left(1 + \frac{e^{\sqrt{s}} - e^{-Bu}}{e^{-\sqrt{s}} - e^{\sqrt{s}}} \right) \cdot e^{\sqrt{s} \cdot X} + \frac{e^{\sqrt{s}} - e^{-Bu}}{e^{-\sqrt{s}} - e^{\sqrt{s}}} e^{-\sqrt{s} \cdot X} \right] + \frac{Po}{s(s - Bu^2)} e^{-BuX} + \frac{\theta_0}{s} \end{aligned} \quad (3.25)$$

Далее осуществим обратное преобразование Лапласа:

$$L^{-1}[\theta_L(X, s)] = \theta(X, Fo) \quad (3.26)$$

При больших s допустимо принять, что $s \gg Bu$ и

$$L^{-1}\left[\frac{Po}{s^2} \cdot e^{-BuX}\right] = Po e^{-BuX} Fo \quad (3.27)$$

При больших s выражение $\frac{Po \cdot Bu}{\sqrt{s} \cdot s \cdot (s - Bu^2)} \left[\left(1 + \frac{e^{\sqrt{s}} - e^{-Bu}}{e^{-\sqrt{s}} - e^{\sqrt{s}}} \right) \cdot e^{\sqrt{s} \cdot X} + \frac{e^{\sqrt{s}} - e^{-Bu}}{e^{-\sqrt{s}} - e^{\sqrt{s}}} e^{-\sqrt{s} \cdot X} \right]$

переходит в $-\frac{Po \cdot Bu}{\sqrt{s} \cdot s^2} e^{-\sqrt{s} \cdot X}$.

Пусть

$$N(X, Fo) = L^{-1}\left[-\frac{Po \cdot Bu}{\sqrt{s} \cdot s^2} e^{-\sqrt{s} \cdot X}\right] = -Bu \cdot Po \cdot \left(\frac{e^{-\frac{X^2}{4Fo}} \sqrt{Fo} (4Fo + X^2)}{3\sqrt{\pi}} - \frac{1}{6} (6FoX + X^3) \operatorname{Erfc}\left[\frac{X}{2\sqrt{Fo}}\right] \right)$$

$$L^{-1}\left[\frac{e^{-\sqrt{s}(X+1)}}{\sqrt{s}} + \frac{e^{\sqrt{s}(X-1)}}{\sqrt{s}}\right] = \frac{1}{\sqrt{\pi Fo}} \left[e^{-\frac{(X+1)^2}{4Fo}} + e^{-\frac{(X-1)^2}{4Fo}} \right] \quad (3.28)$$

Тогда итоговое решение запишется через свертку

$$\begin{aligned} \theta(X, Fo) = & - \int_0^{Fo} \frac{Ki(\eta)}{\sqrt{\pi(Fo-\eta)}} \cdot \left(e^{-\frac{(X+1)^2}{4(Fo-\eta)}} + e^{-\frac{(X-1)^2}{4(Fo-\eta)}} \right) d\eta + \\ & + Po \cdot e^{-BuX} Fo + N(X, Fo) \end{aligned} \quad (3.29)$$

Для получения явного расчетного выражения разложим $Ki(\eta)$ вблизи $\eta \approx Fo$ в ряд Тейлора:

$$Ki(\eta) = Ki(Fo) + (\eta - Fo) \cdot Ki'(Fo) + \dots$$

Ограничиваясь первым членом разложения, имеем

$$\begin{aligned} \theta(X, Fo) = & -Ki(Fo) \int_0^{Fo} \frac{1}{\sqrt{\pi(Fo-\eta)}} \cdot \left(e^{-\frac{(X+1)^2}{4(Fo-\eta)}} + e^{-\frac{(X-1)^2}{4(Fo-\eta)}} \right) d\eta + \\ & + Po \cdot e^{-BuX} Fo + N(X, Fo) \end{aligned} \quad (3.30)$$

После взятия интеграла получаем:

$$\begin{aligned} \theta(X, Fo) = & \left(Sk(\theta^4(1, Fo) - 1) + Bi(\theta(1, Fo) - 1) \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} \\ & \left(\begin{aligned} & 2e^{-\frac{(X+1)^2}{4(Fo-\eta)}} \left(1 + e^{\frac{1+X^2}{2(Fo-\eta)}} \right) \sqrt{Fo-\eta} + \\ & + \sqrt{\pi}(1+X) \operatorname{Erf} \left[\frac{1+X}{2\sqrt{Fo-\eta}} \right] \end{aligned} \right) \Bigg|_0^{Fo} + Po \cdot e^{-BuX} Fo + \theta_0 + N(X, Fo) \end{aligned} \quad (3.31)$$

Граничную температуру находим, подставляя $X=1$ в (3.31):

$$\begin{aligned} \theta(1, Fo) = & \left(Sk(\theta^4(1, Fo) - 1) + Bi(\theta(1, Fo) - 1) \right) \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi}} \\ & \left(\left(2e^{-\frac{1}{4(Fo-\eta)}} + 2 \right) \sqrt{Fo-\eta} + \sqrt{\pi} 2 \operatorname{Erf} \left[\frac{2}{2\sqrt{Fo-\eta}} \right] \right) \Bigg|_0^{Fo} + \\ & + Po \cdot e^{-Bu} Fo + \theta_0 + \left[-Bu \cdot Po \cdot \left(\frac{e^{-\frac{1}{4Fo}} \sqrt{Fo} (4Fo+1)}{3\sqrt{\pi}} - \frac{1}{6} (6Fo+1) \operatorname{Erfc} \left[\frac{1}{2\sqrt{Fo}} \right] \right) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta(1, Fo) = & \left(Sk(\theta^4(1, Fo) - 1) + Bi(\theta(1, Fo) - 1) \right) \cdot 2 \\ & \left(1 - \left(e^{-\frac{1}{Fo}} + 1 \right) \sqrt{\frac{Fo}{\pi}} - \operatorname{Erf} \left[\frac{1}{\sqrt{Fo}} \right] \right) + \\ & + Po \cdot e^{-Bu} Fo + \theta_0 + \left[-Bu \cdot Po \cdot \left(\frac{e^{-\frac{1}{4Fo}} \sqrt{Fo} (4Fo + 1)}{3\sqrt{\pi}} - \frac{1}{6} (6Fo + 1) \operatorname{Erfc} \left[\frac{1}{2\sqrt{Fo}} \right] \right) \right] \end{aligned}$$

Далее, при малых Fo , преобразуем данное выражение к виду:

$$\begin{aligned} \theta(1, Fo) = & \left(Sk(\theta^4(1, Fo) - 1) + Bi(\theta(1, Fo) - 1) \right) \cdot 2 \left(1 - \operatorname{Erf} \left[\frac{1}{\sqrt{Fo}} \right] \right) + \\ & + Po \cdot e^{-Bu} Fo + \theta_0 + \left[-Bu \cdot Po \cdot \left(\frac{e^{-\frac{1}{4Fo}} \sqrt{Fo} (4Fo + 1)}{3\sqrt{\pi}} - \frac{1}{6} (6Fo + 1) \operatorname{Erfc} \left[\frac{1}{2\sqrt{Fo}} \right] \right) \right] \end{aligned}$$

Введем обозначение:

$$A(Fo) = Po \cdot e^{-Bu} Fo + \theta_0 + \left[-Bu \cdot Po \cdot \left(\frac{e^{-\frac{1}{4Fo}} \sqrt{Fo} (4Fo + 1)}{3\sqrt{\pi}} - \frac{1}{6} (6Fo + 1) \operatorname{Erfc} \left[\frac{1}{2\sqrt{Fo}} \right] \right) \right]$$

В результате температура поверхности рассчитывается по следующему выражению:

$$\begin{aligned} \theta(1, Fo) = & -\frac{1}{2} \sqrt{\left(4 \cdot 2^{\frac{1}{3}} a \right) / d - \frac{1}{6 \cdot 2^{\frac{1}{3}} c} d +} \\ & + \frac{1}{2} \sqrt{-\left(4 \cdot 2^{\frac{1}{3}} a \right) / d + \frac{1}{6 \cdot 2^{\frac{1}{3}} c} d - \frac{b}{c \sqrt{4 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \frac{a}{d} - \frac{1}{6 \cdot 2^{\frac{1}{3}} c} d}}} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Где

$$a = -A(Fo) - 2Bi - 2Sk + 2Bi \cdot \operatorname{Erf}\left(\frac{1}{\sqrt{Fo}}\right) + 2Sk \cdot \operatorname{Erf}\left(\frac{1}{\sqrt{Fo}}\right);$$

$$b = 1 + 2Bi - 2Bi \cdot \operatorname{Erf}\left(\frac{1}{\sqrt{Fo}}\right);$$

$$c = -Sk + Sk \cdot \operatorname{Erf}\left(\frac{1}{\sqrt{Fo}}\right);$$

$$d = \left(-54b^2c + \sqrt{2916 \cdot b^4c^2 + 55296c^3a^3}\right)^{\frac{1}{3}};$$

Для наглядности приведем графики расчета температуры поверхности при нагреве угольного слоя (рисунок 27):

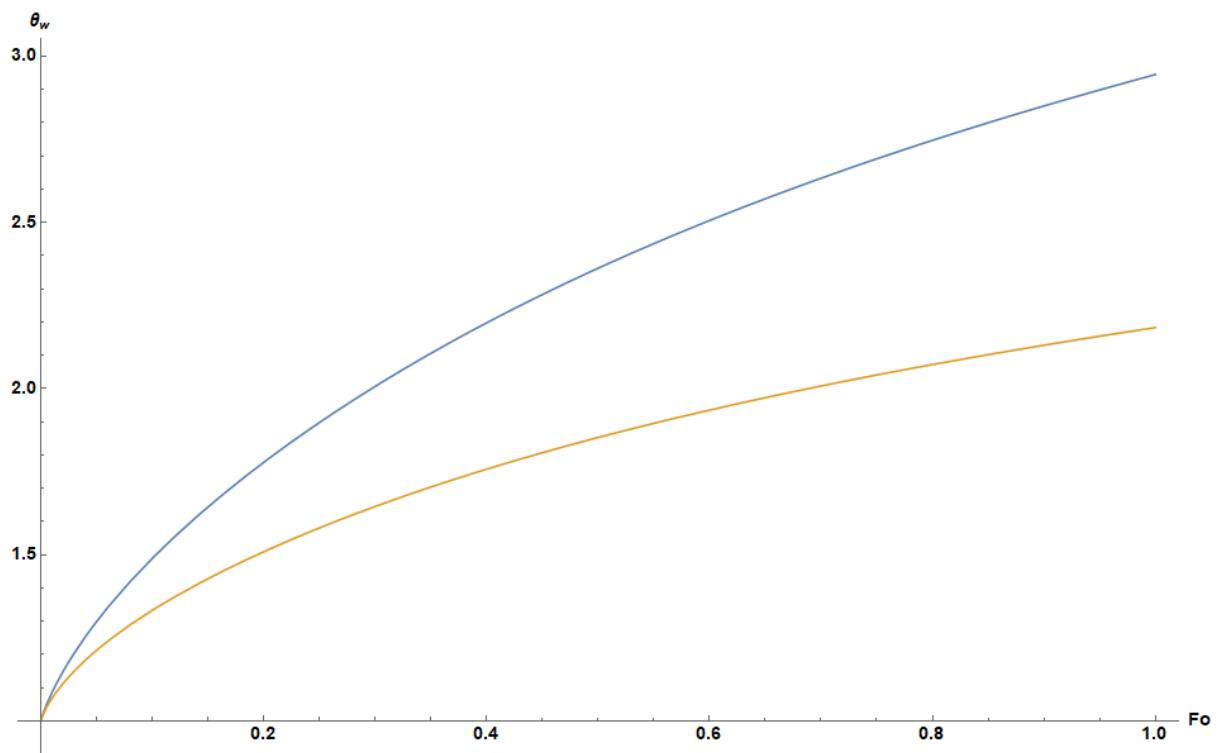


Рисунок 27 - Зависимость граничной температуры от числа Fo . Синим цветом обозначен случай свободной конвекции ($Bi=4,5$), оранжевым – вынужденная конвекция ($Bi=8$)

Как видно, вынужденная конвекция снижает темпы роста, что приводит к более длительному нагреву, но, с другой стороны, вынужденная конвекция может способствовать увеличению темпов испарения влаги из образца.

В итоге температура:

$$\theta(X, Fo) = \left(Sk(\theta^4(1, Fo) - 1) + Bi(\theta(1, Fo) - 1) \right) \cdot \left[(1 + X) \left(\operatorname{Erf} \left[\frac{1 + X}{2\sqrt{Fo}} \right] - 1 \right) - 2 \left(e^{\frac{(X-1)^2}{4Fo}} + e^{-\frac{(X+1)^2}{4Fo}} \right) \sqrt{\frac{Fo}{\pi}} \right] + Po \cdot e^{-BuX} Fo + \theta_0 - Bu \cdot Po \cdot \left(\frac{e^{-\frac{X^2}{4Fo}} \sqrt{Fo} (4Fo + X^2)}{3\sqrt{\pi}} - \frac{1}{6} (6FoX + X^3) \operatorname{Erfc} \left[\frac{X}{2\sqrt{Fo}} \right] \right) \quad (3.33)$$

Ниже приведем типичный график распределения температуры по координате X в момент времени $Fo=0,1$ (рисунок 28). Как видно, максимум температуры находится в глубине слоя, что связано с теплосбросом тепла за счет конвекции и радиации на границе, а также за счёт объёмного поглощения СВЧ-излучения.

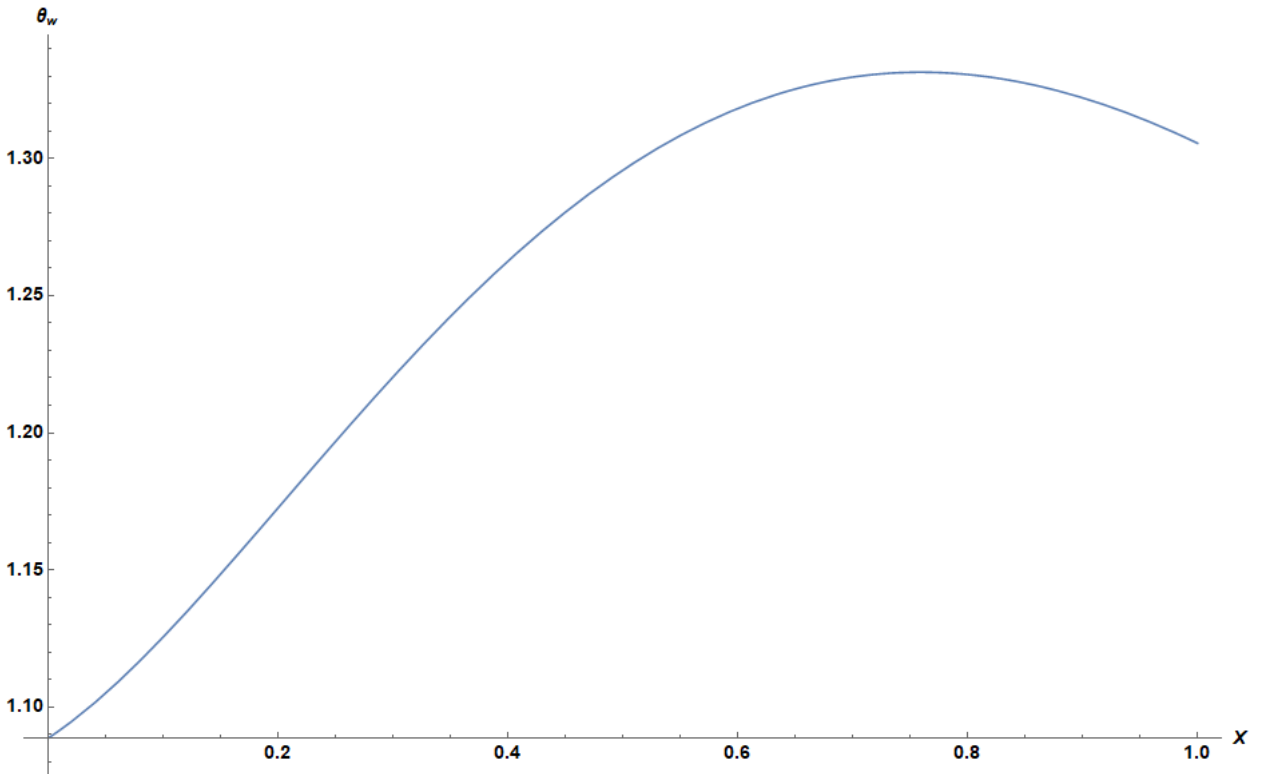


Рисунок 28 - Зависимость температуры по координате X в момент времени $Fo=0,1$

Ниже приведено сравнение полученного решения с решением одной из известных задач А. В. Лыкова – нагрев неограниченной пластины конечной толщины с теплообменом по закону конвекции [44]. Данные решения сравнивались при равных соответствующих параметрах (рисунок 29).

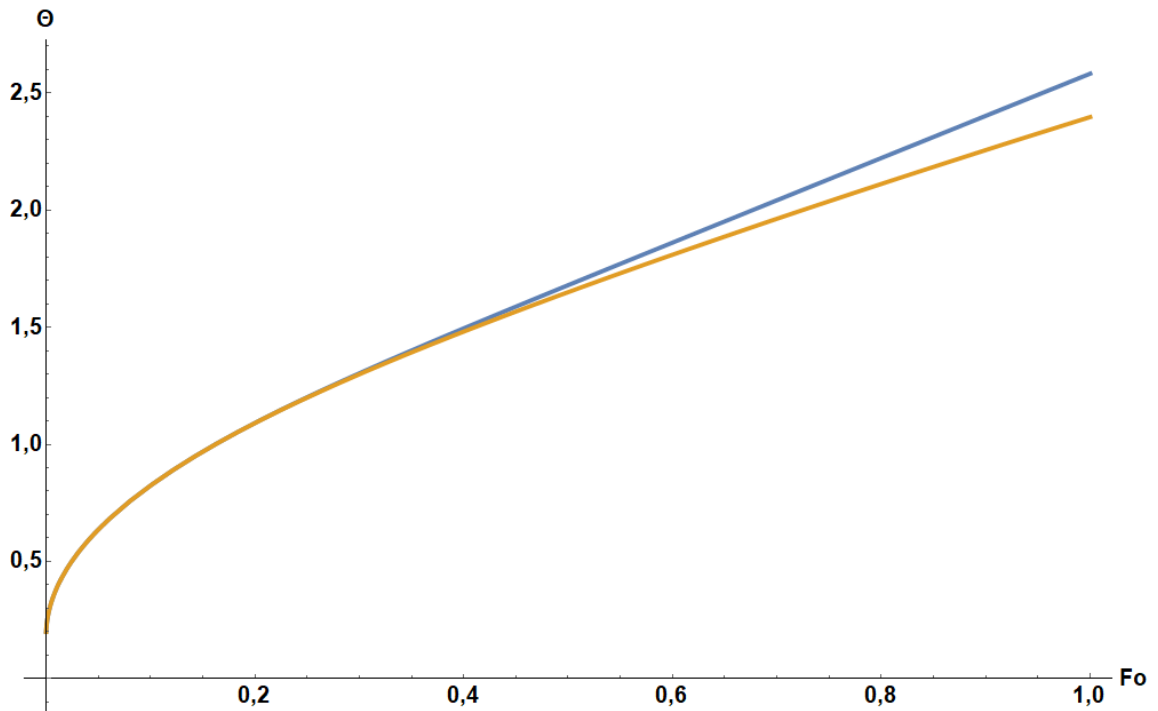


Рисунок 29 - График зависимости температур при разных числах Фурье: синяя линия – решение Лыкова [44], оранжевая – формула 3.33

При $Fo < 0,5$ разность температур для расчетной задачи А. В. Лыкова и полученного решения (3.33) составляет не более 1.8%.

3.1.4. Большие Fo (малые s)

Возьмем обратное преобразование от члена с источником:

$$L^{-1} \left[\frac{Po}{s(s - Bu^2)} e^{-BuX} \right] = \frac{Po}{Bu^2} \cdot e^{-BuX} (e^{Bu^2 Fo} - 1)$$

При малых s $\frac{Po \cdot Bu}{\sqrt{s} \cdot s \cdot (s - Bu^2)} \left[\left(1 + \frac{e^{\sqrt{s}} - e^{-Bu}}{e^{-\sqrt{s}} - e^{\sqrt{s}}} \right) \cdot e^{\sqrt{s} \cdot X} + \frac{e^{\sqrt{s}} - e^{-Bu}}{e^{-\sqrt{s}} - e^{\sqrt{s}}} e^{-\sqrt{s} \cdot X} \right]$ перейдет в

$$\frac{Po \cdot Bu}{s^2 (s - Bu^2)} (e^{-Bu} - 1)$$

$$L^{-1} \left[\frac{Po \cdot Bu}{s^2 (s - Bu^2)} (e^{-Bu} - 1) \right] = \frac{(1 - e^{-Bu})(1 - e^{Bu^2 Fo} + Bu^2 Fo) \cdot Po}{Bu^3}$$

Далее проведем разложение передаточной функции $\Phi(s, X)$ в ряд по малому параметру s . После взятия обратного преобразования Лапласа для температуры имеем:

$$\theta(X, Fo) = \frac{Po}{Bu^2} \cdot e^{-BuX} \left(e^{Bu^2 Fo} - 1 \right) - \frac{(e^{-Bu} - 1)(1 - e^{-Bu^2 Fo} + Bu^2 Fo) Po}{Bu^3} +$$

$$+ \theta_0 - \int_0^{Fo} Ki(\eta) \left[1 + \frac{X^2}{2} \delta(Fo - \eta) \right] d\eta \quad (3.34)$$

$$\theta(X, Fo) = \frac{Po}{Bu^2} \cdot e^{-BuX} \left(e^{Bu^2 Fo} - 1 \right) - \frac{(e^{-Bu} - 1)(1 - e^{-Bu^2 Fo} + Bu^2 Fo) Po}{Bu^3} +$$

$$+ \theta_0 - \left(Sk(\theta^4(1, Fo) - 1) + Bi(\theta(1, Fo) - 1) \right) \left(Fo + \frac{X^2}{2} \right)$$

Для полного определения температуры необходимо знать зависимость температуры на границе $\theta(1, Fo)$ от параметра Fo .

Найдем граничную температуру:

$$\theta(1, Fo) = \frac{Po}{Bu^2} \cdot e^{-Bu} \left(e^{Bu^2 Fo} - 1 \right) - \frac{(e^{-Bu} - 1)(1 - e^{-Bu^2 Fo} + Bu^2 Fo) Po}{Bu^3} +$$

$$+ \theta_0 - \left(Sk(\theta^4(1, Fo) - 1) + Bi(\theta(1, Fo) - 1) \right) \left(Fo + \frac{1}{2} \right)$$

В итоге граничная температура:

$$\theta(1, Fo) = -\frac{1}{2} \sqrt{C} + \frac{1}{2} \sqrt{-C + \frac{2(Fo + 0.5)Bi + 2}{(Fo + 0.5)Sk\sqrt{C}}}$$

$$A = \frac{Po}{Bu^2} \cdot e^{-BuX} \left(e^{Bu^2 Fo} - 1 \right) - \frac{(e^{-Bu} - 1)(1 - e^{-Bu^2 Fo} + Bu^2 Fo) Po}{Bu^3} + \theta_0 + (Sk + Bi)(Fo + 0.5);$$

$$B = \left(\frac{27(Fo + 0.5)(1 + (Fo + 0.5)Bi)^2 Sk +}{+\sqrt{729(Fo + 0.5)^2 (1 + (Fo + 0.5)Bi)^4 Sk^2 + 6912(Fo + 0.5)^3 A^3 Sk^3}} \right)^{\frac{1}{3}}; \quad (3.35)$$

$$C = -\frac{4 \cdot 2^{\frac{1}{3}} A}{B} + \frac{B}{3 \cdot 2^{\frac{1}{3}} (Fo + 0.5) \cdot Sk};$$

Ниже приведем графики зависимости температуры от времени на границе и в слое с максимальной температурой (рисунок 30). При этом взяты следующие параметры: $Po=12,88$, $Bu=0,004$, $Sk=0,69$, $Bi=4,55$.

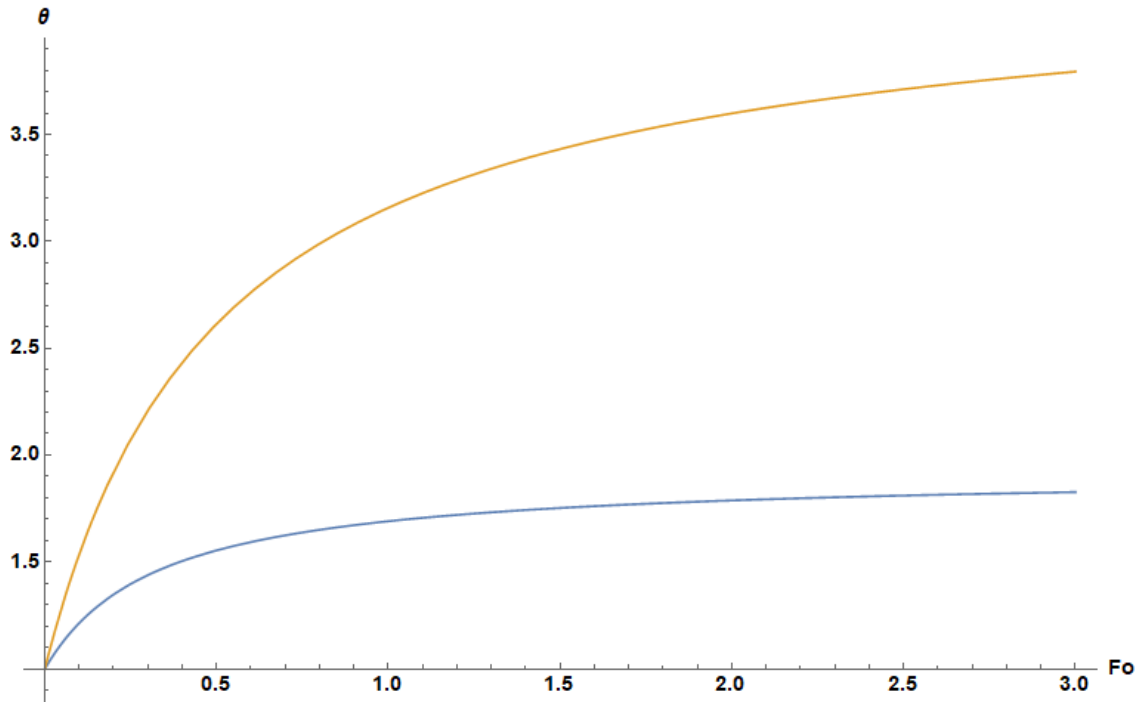


Рисунок 30 - Зависимость температуры на границе (синий цвет) и в слое с наибольшей температурой (оранжевый) от параметра времени Fo

Как видно, температуры при больших значениях Fo выходят на стационарный режим (поглощаемая мощность сравнивается с отводимым количеством теплоты с поверхности). Из данных зависимостей можно определить время начала второго этапа – СВЧ-сушки. Данное время определяется достижением максимальной температуры в слое температуры фазового перехода.

Также были рассмотрены различные вариации и способы повышения темпа нагрева угольного слоя при заданной мощности. При снижении числа Bi (например, при нанесении на верхний слой угля пленки, свободно пропускающей СВЧ-излучение и удерживающей тепло) в 2 раза, время достижения температуры фазового перехода в глубине угля снижается приблизительно в 1.6 раз (рисунок 31).

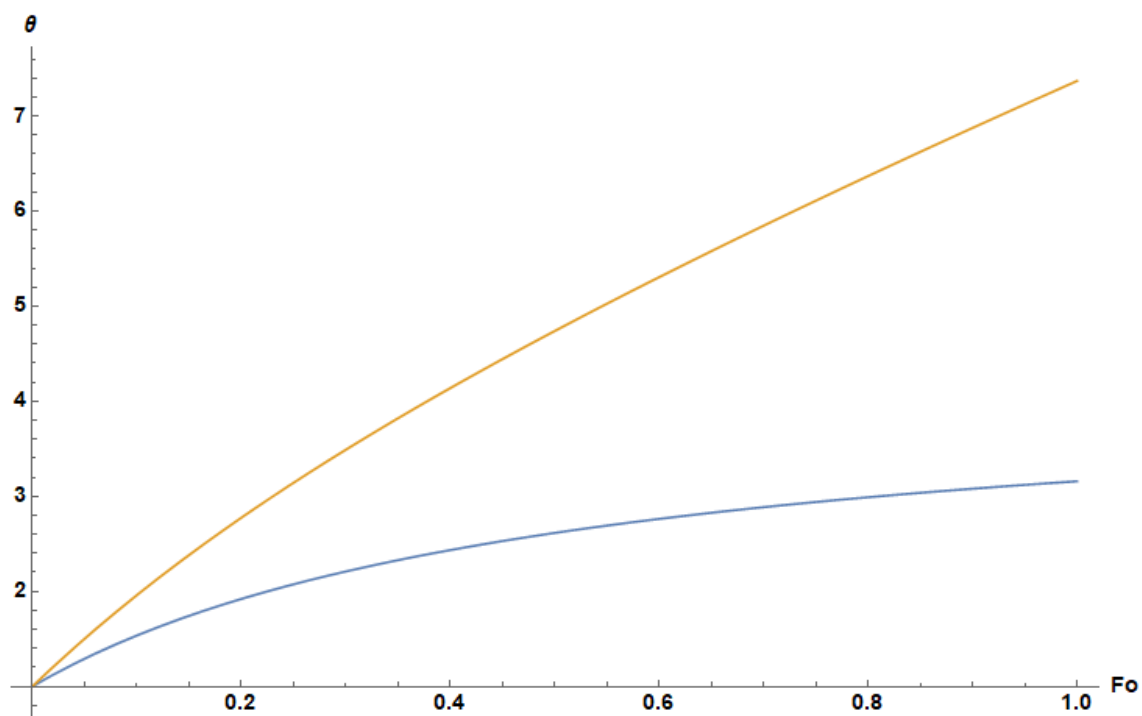


Рисунок 31 - Зависимость температуры при $Bi=4,55$ (синий цвет) и при $Bi=2,275$ (оранжевый) от параметра времени Fo

Увеличение мощности (рисунок 32) приводит к увеличенному темпу роста, но главное, при необходимости, позволяет увеличить максимальную температуру, достигаемую в материале.

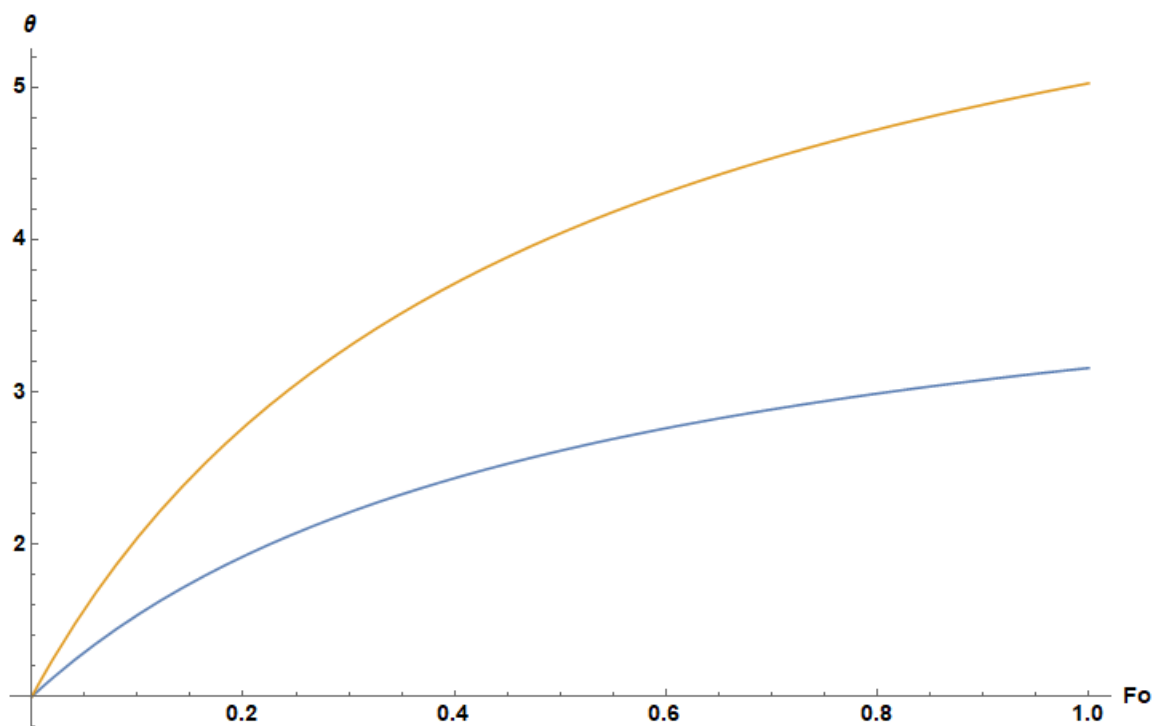


Рисунок 32 - Зависимость температуры при $Po=12,88$ (синий цвет) и при $Po=25,76$ (оранжевый) от параметра времени Fo

Сравнение температурной зависимости с решением задачи Лыкова при $F_0 > 0,7$ дает погрешность не более 1,7%. Однако при достижении температуры фазового перехода начинает происходить интенсивный влагоотвод, испарение влаги внутри образца, что приводит к снижению эффективности поглощения СВЧ. Необходимость учёта этих процессов ограничивает применение решения данной задачи в рамках первого этапа микроволновой обработки – СВЧ-нагрева.

3.2. Моделирование процесса микроволновой сушки

В данном разделе моделируется и аналитически решается задача сушки влажного массива под действием плоской электромагнитной волны СВЧ-диапазона. Температурное поле массива в режиме прогрева, в условиях поглощения СВЧ-излучения по закону Бугера, найдено на предыдущем этапе аналитически. По времени первая стадия заканчивается в момент, когда максимальная температура внутри массива достигает температуры фазового перехода «вода – пар». Сама сушка представляется как процесс переноса тепла в среде с несколькими фазами, двумя перемещающимися границами фазовых превращений. Скорость данных границ может быть найдена из расчета расхода тепла на парообразование воды на границе. Нахождение решения данного этапа СВЧ-обработки позволяет найти такие важные характеристики, как время сушки, температура сушки, скорость сушки и другие востребованные практикой параметры.

3.2.1. Постановка задачи СВЧ-сушки плоского угольного массива

Теоретическую основу процесса сушки составляют фундаментальные работы академика А. И. Лыкова [34, 35], в которых разработаны дифференциальные уравнения связанного тепловлагопереноса в капиллярно-пористых телах. Решение подобной системы представляет серьезные трудности. Процесс сушки в данной работе изучается как теплоперенос в среде с фазовым

превращением – известная задача Стефана [45, 46]. При этом поиск решения такой задачи связан с рядом сложностей, в первую очередь из-за нелинейности математической модели при движении границы фазового перехода. Ранее были проведены расчеты по данному методу [47,48,49], при этом аналитические решения задач были получены по методу Лейбензона с применением постоянного распределения температуры. При этом для каждой конкретной задачи необходимо использование ряда обоснованных приближений.

Некоторые исследователи получают приближенные температурные распределения и скорости сушки с применением вариационного или интегрального методов. Также часто применяются численные методы решения [50], которые, тем не менее, ограничивают применение параметрического анализа. По данной причине во многих случаях есть смысл привести приближенное, но все же аналитическое решение.

В данной работе задача сушки влажного угольного массива под действием плоской электромагнитной волны СВЧ-диапазона решается аналитически. При этом фазовый переход на границе формулируется в форме условия Стефана, характеризующего расход тепла на испарение влаги и определяющего динамику движения фронта сушки.

В нашем случае предлагается новый подход к решению рассматриваемой задачи СВЧ-сушки угольного массива, который основан на разработанном методе теплового квазистационарного приближения [51]. Суть данного метода заключается в том, что смещение подвижной границы фазового перехода регулируется квазистационарное температурное распределение. При этом угольный слой можно разделить на три области (рисунок 33): две влажные и одну сухую.

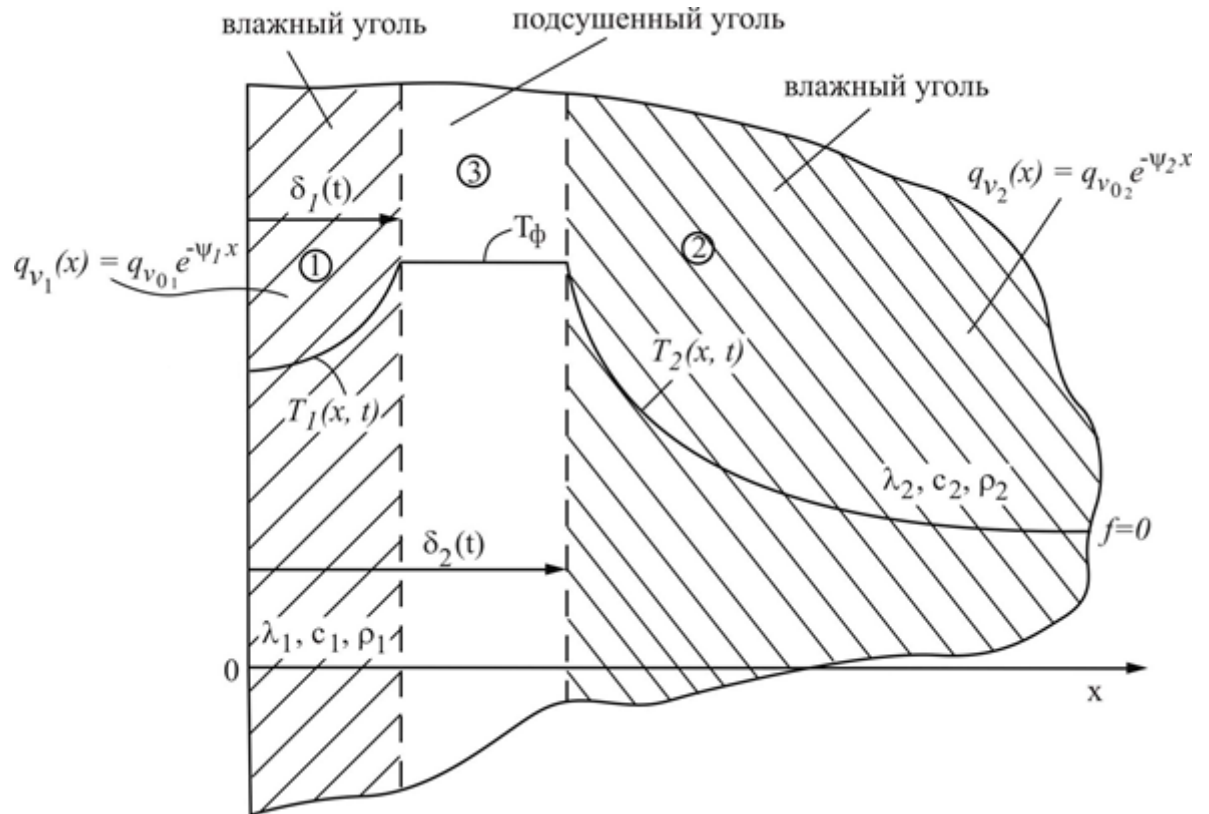


Рисунок 33 - Схема задачи СВЧ-сушки угольного массива

Зоны 1 и 2 являются частично подсушенными. Зона 3 принимается полностью высушенной. Далее принимается, что энергия СВЧ-волны поглощается на границе фазового перехода «вода-пар». Далее определяется динамика сушки, температурных распределений во влажных зонах. В дополнение к основным допущениям первого этапа принимаются следующие:

- диффузией влаги пренебрегается;
- теплота испарения и температура фазового перехода принимаются за постоянные;
- диэлектрическая постоянная и тангенс диэлектрических потерь во влажных зонах 1, 2 в несколько раз больше аналогичных характеристик зоны 3. Поэтому внутренним источником тепла в зоне 3 можно в первом приближении пренебречь.

Постановка данной задачи с учетом принятых допущений имеет вид:

- уравнение теплопроводности для зоны 1 (отсчет времени идет от $t_{ни}$)

$$\frac{\partial T_1(x, t)}{\partial t} = a_1 \frac{\partial^2 T_1(x, t)}{\partial x^2} + \frac{q_{v0}}{c_1 \rho_1} e^{-\psi_1 x}$$

$$t > 0 \quad 0 < x < \delta_1 \quad (3.36)$$

– уравнение теплопроводности для зоны 2

$$\frac{\partial T_2(x, t)}{\partial t} = a_2 \frac{\partial^2 T_2(x, t)}{\partial x^2} + \frac{q_{v0}}{c_2 \rho_2} e^{-\psi_2 x}$$

$$t > 0 \quad x > \delta_2 \quad (3.37)$$

– начальные условия

$$T_1(x, 0) = \varphi_1(x) \quad (3.38)$$

$$T_2(x, 0) = \varphi_2(x) \quad (3.39)$$

где $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$ – известные распределения $T_1(x, t_{ни})$, $T_2(x, t_{ни})$ в двух зонах в момент начала испарения $t_{ни}$.

– граничные условия

$$-\lambda \frac{\partial T_1(0, t)}{\partial x} = \sigma [T^4(0, t) - T_c^4] + \alpha [T(0, t) - T_c] \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial T_2(l, t)}{\partial x} = 0 \quad (3.41)$$

– условие Стефана на подвижных границах «жидкость – пар»

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1(\delta_1, t)}{\partial x} = \rho_1 H_u \frac{d\delta_1}{dt} \quad (3.42)$$

$$T_1(\delta_1, t) = T_\phi \quad (3.43)$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2(\delta_2, t)}{\partial x} = \rho_2 H_u \frac{d\delta_2}{dt} \quad (3.44)$$

$$T_2(\delta_2, t) = T_\phi \quad (3.45)$$

3.2.2. Решение задачи СВЧ-сушки плоского угольного массива

Для решения поставленной задачи (3.36)–(3.45), в силу присущих ей нелинейности был использован квазистационарный подход в исследовании задач с подвижными границами [51]. Данный метод базируется на следующем

физическом принципе. Известно, что скорость движения границ с фазовым переходом (плавление, затвердевание, испарение, горение, образование новой фазы и др. процессы) обычно намного меньше скорости переноса теплового импульса. Это дает возможность принять следующее. Динамика движения фазовой границы в указанных условиях будет управляться предельными по времени температурными распределениями. Определяющая роль нами отводится квазистационарной части температурного поля. Подобный прием неоднократно применялся физиками. Так, при исследовании неравновесных термодинамических процессов при определенных ограничениях часто применяют зависимости, характерные для равновесной термодинамики. В зоне 1 в соответствии с указанным подходом построим температурную асимптотику при больших временах (рисунок 34).

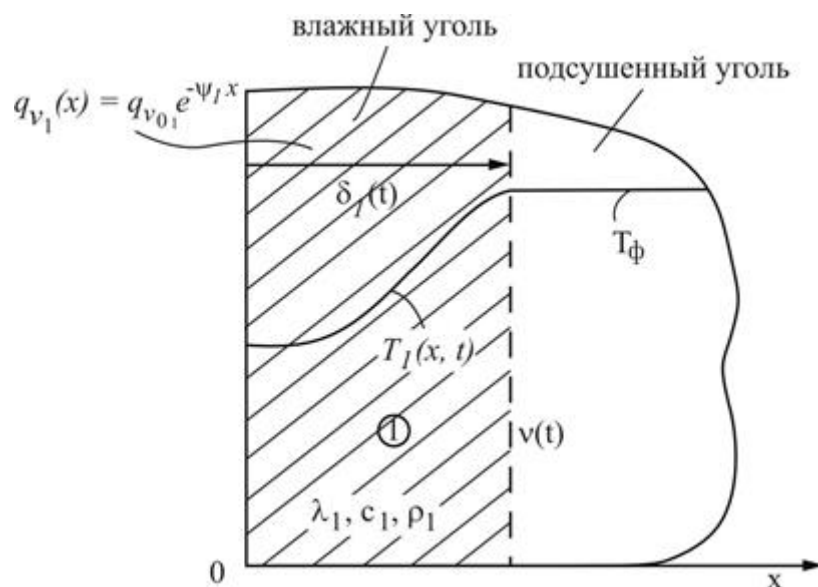


Рисунок 34 - Схема задачи СВЧ-сушки в зоне 1 (левая ветвь)

С этой целью приведем систему уравнений для зоны 1 в пространство изображений по Лапласу, решая которую представим формальное решение через передаточную функцию.

$$T_{1L}(x, s) = v(t)F_1(x, s) + q_{v1}e^{-\psi_1 x} \frac{1}{s(s - \psi^2)} \quad (3.46)$$

где F_1 – передаточная функция для исследуемой системы. Из теории интегрального преобразования Лапласа известно, что большим значениям

времени соответствуют малые значения параметра преобразования Лапласа s . Для выделения квазистационарной асимптотики при больших временах разложим передаточную функцию в ряд по малому параметру s

$$F_1(x, s) = \varphi_0(x, s) + s \varphi_1(x, s) + s^2 \varphi_2(x, s) + \dots \quad (3.47)$$

Подставляя ряд (3.47) в основное уравнение, приравнявая выражения при одинаковых степенях s , получим «зацепляющуюся» систему уравнений для нахождения $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \dots$,

$$\frac{\partial^2 \phi_0}{\partial x^2} = 0, \quad \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} = \phi_0, \quad \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x^2} = \phi_1 \quad (3.48)$$

Для каждого уравнения из системы (3.48) требуется два граничных условия, позволяющих найти две константы интегрирования. Условия нахождения для первой константы имеет вид

$$\phi'_0|_0 = 0, \quad \phi'_1|_0 = 0, \quad \phi'_2|_0 = 0 \quad (3.49)$$

где ' – знак производной по координате x . Вторая константа может быть определена из интегральных соотношений

$$\int_0^{\delta_1} \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial x^2} dx = 0, \quad \int_0^{\delta_1} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial x^2} dx = \int_0^{\delta_1} \phi_0 dx, \quad \int_0^{\delta_1} \frac{\partial^2 \phi_2}{\partial x^2} dx = \int_0^{\delta_1} \phi_1 dx \quad (3.50)$$

В результате квазистационарная асимптотика при больших временах в условиях ограничения двумя членами разложения для слоя 1 имеет следующий вид

$$T_1(x, t) = T_\phi - \frac{1}{c_1 \rho_1 \delta_1} \int_0^t v_1(t) dt - v_1(t) \frac{\delta_1^2 - 3x^2}{6 \lambda_1 \delta_1} + \frac{q_{v_1}}{\psi_1 c_1 \lambda_1 \delta_1} (1 - e^{-\varphi_1 \delta_1}) + \dots \quad (3.51)$$

Для определения движущейся границы испарения удовлетворим пока еще не использованному условию (3.43) при $x = \delta_1$. Учитывая, что $v_1 = \rho_1 H_1 \frac{d\delta_1}{dt}$, в результате получим

$$\frac{H_1}{c_1} (\delta_1 - x_{\max}) - \frac{1}{3} \frac{\rho_1 H_1}{\lambda_1} \delta_1 \frac{d\delta_1}{dt} + \frac{q_{v_1}}{\lambda_1 T_\phi \psi_1^2} \left(1 - \psi_1 \delta_1 + \frac{1}{2} \psi_1^2 \delta_1^2 \right) = 0 \quad (3.52)$$

где в (3.51) произведено разложение $e^{-\psi_1 \delta_1}$ в ряд с учетом трех слагаемых. Решая (3.52) при условии $t = 0 \quad \delta_1 = x_{\max}$, получим выражение для расчета фронта испарения $\delta_1(t)$ в 1 зоне при учете двух членов температурной асимптотики

$$t \cong D^{-1} \left[\frac{1}{2G} \ln |E - \delta_1 F + \delta_1^2 G| + \frac{F}{G} \frac{1}{\sqrt{4EG - F^2}} \operatorname{arctg} \frac{2G\delta_1 - F}{\sqrt{4EG - F^2}} \right]_{x_{\max}}^{\delta_1} \quad (3.53)$$

$$\text{где } D = \frac{3\lambda_1}{\rho_1 H_1}; E = \frac{q_{v01}}{\lambda_1 T_\phi \psi_1^2} + \frac{H_1 x_{\max}}{c_1}; G = \frac{q_{v01}}{2\lambda_1 T_\phi \psi_1^2}; F = \frac{q_{v01}}{\lambda_1 T_\phi \psi_1^2} + \frac{H_1}{c_1}$$

В силу приближенности полученных решений принципиальным является вопрос об их точности. Дадим оценку приближения квазистационарной температурной асимптотики к траектории точного решения. В качестве такого точного решения выбрано решение Ляме и Клапейрона [52], одного из немногих точных решений задачи Стефана. Решаемая нами задача сводится к более простой задаче Ляме-Клапейрона при следующих ее упрощениях: постоянство температуры на поверхности, полностью прогретое тело до температуры фазового превращения, отсутствие внутреннего источника тепла. В результате решения приходим к закону движения фазового фронта как к квадратному корню от времени, то есть

$$\delta_1(t) = 2\varepsilon \sqrt{a_1 t} \quad (3.54)$$

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{3m(m+2)}{m^2 + 9m + 12}} \quad (3.55)$$

$$\text{где } m = \frac{c_1(T_\phi - T_w)}{L_\phi}, \quad T_w - \text{постоянная температура на поверхности. Такое}$$

выражение для ε следует при ограничении двумя членами асимптотического разложения (3.47). Точное решение Ляме-Клапейрона также сводится к указанному закону, где ε может быть найдено из трансцендентного выражения

$$\sqrt{\pi} E \exp(\varepsilon^2) \operatorname{erfc} \varepsilon = m \quad (3.56)$$

Данное выражение приведено, например, в книге Х. Карслоу и Д. Егера [53]. Сравнение расчетов по (3.54) с учетом (3.55) и с использованием (3.56) показало, что оставление всего двух членов асимптотического разложения (3.47) приводит к погрешности по динамике движения новой фазы не более чем на 6%. То же сравнение, но по температурному полю, демонстрирует расхождение, не превышающее погрешность до 7%. Повышение точности может быть достигнуто учетом последующих членов асимптотического ряда, но это, к сожалению, связано с усложнением структуры расчетных зависимостей. В результате выполненного анализа приходим к заключению, что решения по СВЧ-сушке, полученные методом асимптотического квазистационарного приближения, удовлетворяют по точности инженерной расчетной практике.

Рассмотрим далее процесс СВЧ-сушки во 2-й зоне (правая ветвь). Схема этой задачи приведена на рисунке 35.

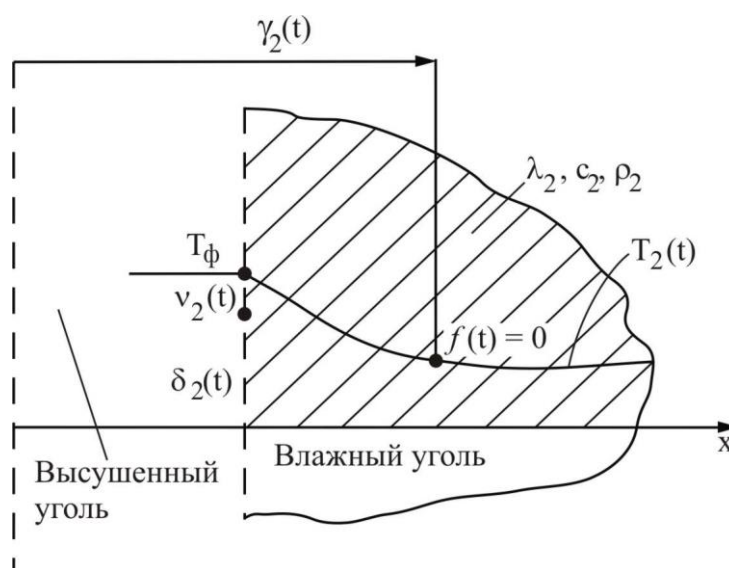


Рисунок 35 - Схема задачи СВЧ-сушки в зоне 2 (правая ветвь)

Система уравнений процесса СВЧ-сушки в зоне 2 имеет вид

$$\frac{\partial T_3(x, t)}{\partial t} = a_2 \frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} + \frac{q_{v_{02}}}{c_2 \rho_2} e^{-\psi_2 x} \quad (3.57)$$

$$T(x, 0) = \varphi_2(x) \quad (3.58)$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2(\delta_2, t)}{\partial x} = \rho_2 H_2 \frac{d\delta_2}{dt} \cong v_2(t) \quad (3.59)$$

$$T(\delta_2, t) = T_\phi \quad (3.60)$$

$$\frac{\partial T_2(\gamma_2, t)}{\partial x} = 0 \quad (3.61)$$

$$T_2(\gamma_2, t) = 0 \quad (3.62)$$

Подход к решению задачи сушки для 2-й зоны остается таким же, как и в зоне 1. Только теперь в зоне 2 распределение температур носит фронтовой характер, для чего вводится в массиве область теплового возмущения, ширина которой $\gamma_2(t)$ постоянно увеличивается. Тепловой фронт делит зону 2 на возмущенную и невозмущенную области, что отражается граничными условиями (3.61), (3.62). Температурная асимптотика с учетом двух членов разложения при больших временах примет вид

$$\begin{aligned} T_2(x, t) \cong & T_\phi - \frac{a_2}{\lambda_2(\gamma_2 - \delta_2)} \int_0^t v_2(t) dt - \frac{v_2(t)}{\lambda_2} \frac{[(\gamma_2 - \delta_2)^2 - 3(x - \delta_2)^2]}{(\gamma_2 - \delta_2)} + \\ & + \frac{q_{v02}}{\lambda_2 T_\phi \psi_2^2} \left[1 - \psi_2(x - \delta_2) + \frac{1}{2} \psi_2^2(x - \delta_2)^2 \right] \end{aligned} \quad (3.63)$$

Далее найдем такие характеристики, как распространение фронта теплового возмущения $\gamma_2(t)$ и закон изменения подвижной границы испарения $\delta_2(t)$ от времени. Привлекая граничные условия (3.60), (3.61), с учётом того, что $v_2(t) = \rho_2 H \frac{d\delta_2}{dt}$, получим уравнение связи γ_2 и δ_2

$$\frac{H}{c_2} (x_{\max} - \delta_2) - \frac{\rho_2 H}{\lambda_2} (\gamma_2 - \delta_2)^2 \frac{d\delta_2}{dt} + \frac{q_{v02}}{\lambda_2 \psi_2^2} (\gamma_2 - \delta_2) = 0 \quad (3.64)$$

и выражение для нахождения γ_2

$$\gamma_2 = \delta_2 - \frac{6\rho_2 H}{q_{v02}} \frac{d\delta_2}{dt} + \frac{1}{\psi_2} \quad (3.65)$$

Подставляя (3.65) в (3.64) и решая уравнение относительно величины $\frac{d\delta_2}{dt}$, приходим к ОДУ, определяющему координату границы испарения. Введя новую

переменную $y = \delta_2(t) - x_{\max}$, сводим данное уравнение к нелинейному обыкновенному уравнению

$$a_k (y')^3 + b_k (y')^2 + c_k y' = y + d_k \quad (3.66)$$

где ' – знак производной по времени. Начальное условие для (3.66) имеет вид при $t = 0$ $\delta_2(t) = x_{\max}$, или $y = 0$.

$$a_k = \frac{-36\rho_2^3 H^2 c_2}{q_{v02}^2 \lambda_2}; b_k = \frac{12\rho_2^2 H c_2}{q_{v02} \lambda_2 \psi_2}; c_k = \frac{-7\rho_2 c_2}{\lambda_2 \psi_2^2}; d_k = -\frac{q_{v02} c_2}{\lambda_2 H \psi_2^3}; \quad (3.67)$$

Данное уравнение можно решить параметрически (Камке 1.532):

$$\begin{aligned} t(x) &= C^0 + \frac{3a_k}{2} x^2 + 2b_k x + c_k \cdot \ln(|x|); \\ y(x) &= a_k x^3 + b_k x^2 + c_k x - d_k \end{aligned} \quad (3.68)$$

Константа C^0 может быть найдена из условия $y = 0$, при $t = 0$;

Несмотря на отсутствие прямой связи между сдвигом координаты границы фазового перехода относительно времени, эту зависимость можно построить через параметр:

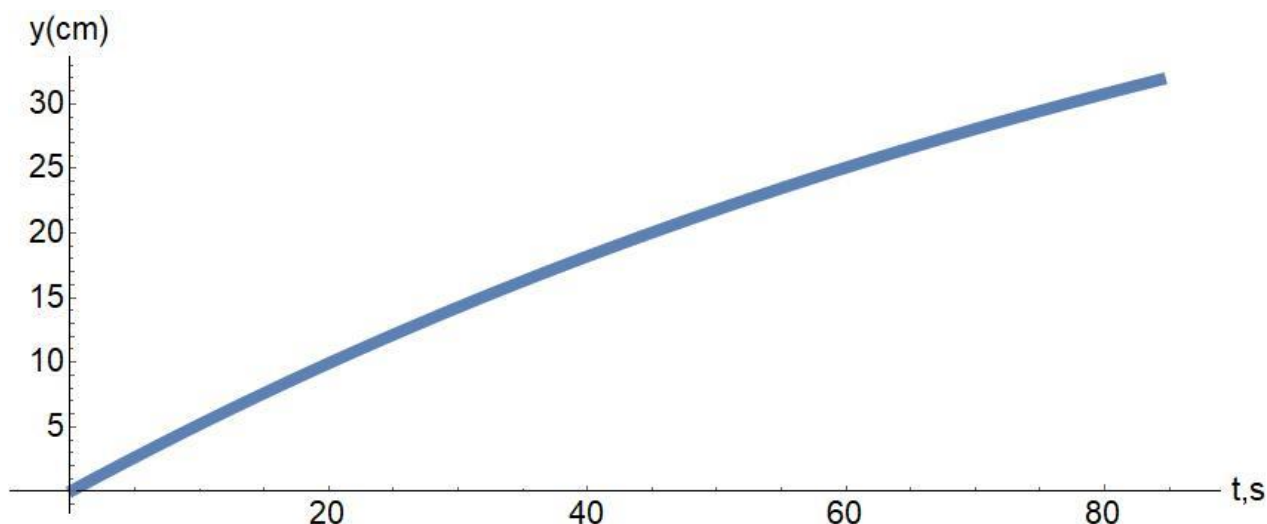


Рисунок 36 - Зависимость сдвига координат границы фазового перехода от времени

Инженерной практикой востребованы такие параметры, как время и скорость сушки, снижение влажности и масса испаряемой влаги и другие

параметры. Для подсчета количества испарившейся влаги к моменту времени t , можно воспользоваться выражением:

$$W_w(t) = \rho_w (\delta_{\max} - \delta_1(t)) + \rho_w (\delta_2(t) - \delta_{\max}) \quad (3.69)$$

Где $\delta_1(t)$ и $\delta_2(t)$ – координаты движения фронтов фазового превращения в 1-й и 2-й зонах соответственно, определяемые из уравнений (53), (68).

Таким образом, зная начальную и конечную влажность угля, можно рассчитать время достижения любой влажности и полное время сушки.

Скорость сушки можно найти по формуле:

$$V = W'_w(t) \quad (3.70)$$

3.3. Выводы по главе 3

В первой части главы рассматривается СВЧ-нагрев угольного слоя, при котором сброс поглощенной микроволновой энергии происходит одновременно по законам конвекции и теплоизлучения. При тепловой подготовке угля к сжиганию важен совместный учет этих составляющих суммарного теплового потока. При постановке задачи был сделан ряд упрощений:

- 1) теплофизические характеристики угля постоянны и изотропны;
- 2) тепло от поверхности массива отводится теплоизлучением и конвекцией одновременно;
- 3) принята постоянная по координате начальная температура слоя;
- 4) осуществляется учёт неизотермичности угольного массива.

Данные допущения позволили построить нелинейную математическую модель нагрева угольного слоя и получить приближенно-аналитические решения, что в дальнейшем позволит на их основе рассчитать момент зажигания, сушку угля, выбрать экологически щадящие режимы сжигания и др. Из-за закона Стефана-Больцмана задача является нелинейной и, вообще говоря, не имеет строгого аналитического решения, поэтому был осуществлён поиск асимптотических решений для больших и малых времен. При этом сравнение с

точными решениями более простых задач показало следующую погрешность: При $Fo < 0,5$ разность температур для расчетной задачи А. В. Лыкова и полученного решения (3.33) составляет не более 1.8%; сравнение температурной зависимости с решением задачи Лыкова при $Fo > 0,7$ дает погрешность не более 1,7%. Полученные температурные поля в дальнейшем могут быть использованы в расчетах терморазрушающих напряжений, поиска момента зажигания, оптимальных условий ведения СВЧ-обработки, с учетом экологии, энергосбережения, безопасности и др.

Во второй части главы исследована математическая модель сушки угольного массива, результаты которой могут служить теоретической основой технологии интенсивного микроволнового воздействия на влажный материал. На этапе СВЧ-сушки задача решена приближенно аналитически. Процесс электромагнитной сушки рассмотрен как нелинейная задача Стефана с фазовым переходом «жидкость – пар». Динамика движения границы раздела фаз найдена в рамках квазистационарного приближения. Данный подход основан на следующем физическом принципе. В силу несопоставимости скоростей переноса теплового импульса и движения границы раздела фаз, перемещения фронта испарения управляется предельной по времени частью температурного поля. Основополагающая роль при больших временах отведена квазистационарной асимптотике. Найдены выражения для определения потерь влаги, расчета времени и скорости сушки. При этом погрешность по динамике движения новой фазы составила не более чем 6% при сравнении с точным решением Ляме-Клапейрона.

Полученные аналитические решения данной задачи выделяются своей фундаментальностью; сравнения с аналитическими решениями других упрощенных задач показали хорошую точность. Однако, как было отмечено в главе 2, множество параметров угольного слоя в ходе нагрева и сушки меняются. Необходимо оценить влияние этих изменений на темп нагрева, распределение температуры и т.д. С этой целью была поставлена и решена численно следующая

задача СВЧ-нагрева, с учетом изменяющихся теплофизических и электрофизических свойств материала, пористости и других параметров.

Глава 4. Численное моделирование СВЧ-обработки угольного слоя

4.1. Учет переменных теплофизических и электрофизических свойств

Как было показано в главе 2, некоторые свойства угля, такие как теплопроводность, имеют слабую зависимость от температуры, с другой стороны, диэлектрическая проницаемость в процессе нагрева угля может увеличиваться в 3 раза. В связи с этим требуется провести сравнения приближенного аналитического решения с усредненными свойствами и численного решения. При этом необходимо учитывать переменные свойства в зависимости от температуры и влажности.

4.1.1. Этап нагрева

Этап нагрева был построен по аналогичной модели нагрева, описанной в главе 3. При этом величины температуропроводности, удельной теплоемкости, мнимой части диэлектрической проницаемости, коэффициента затухания, теплопроводности задаются экстраполированными функциями, полученными из данных главы 2.

$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = a \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + \frac{q_{v_0}}{c\rho} e^{-kx} \quad (4.1)$$

$$0 \leq t \leq t_3, \quad 0 \leq x \leq l$$

$$T(x, 0) = T_0 \quad (4.2)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(0,t)}{\partial x} = \sigma [T^4(0,t) - T_c^4] + \alpha [T(0,t) - T_c] \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial T(l,t)}{\partial x} = 0 \quad (4.4)$$

При этом для расчетов был выбран слой угля толщиной 0,2 м. Координата $x=0$ соответствует границе, на которую падает СВЧ-излучение. Частота излучения выбрана 2,45 ГГц, величина модуля напряженности электрического поля – 3000 В/м. Остальные величины взяты из главы 2, либо выбраны стандартным образом (константы и др.).

Результаты сравнения поведения температуры в зависимости от времени представлены на рисунках 37, 38. Как видно, при численном решении температура со временем по сравнению с аналитическим решением растёт быстрее. Главным образом это связано с ростом мнимой части диэлектрической проницаемости при увеличении температуры. При этом время достижения температуры начала фазового перехода отличается на 4%, а координата отличается менее чем на 0,1%.

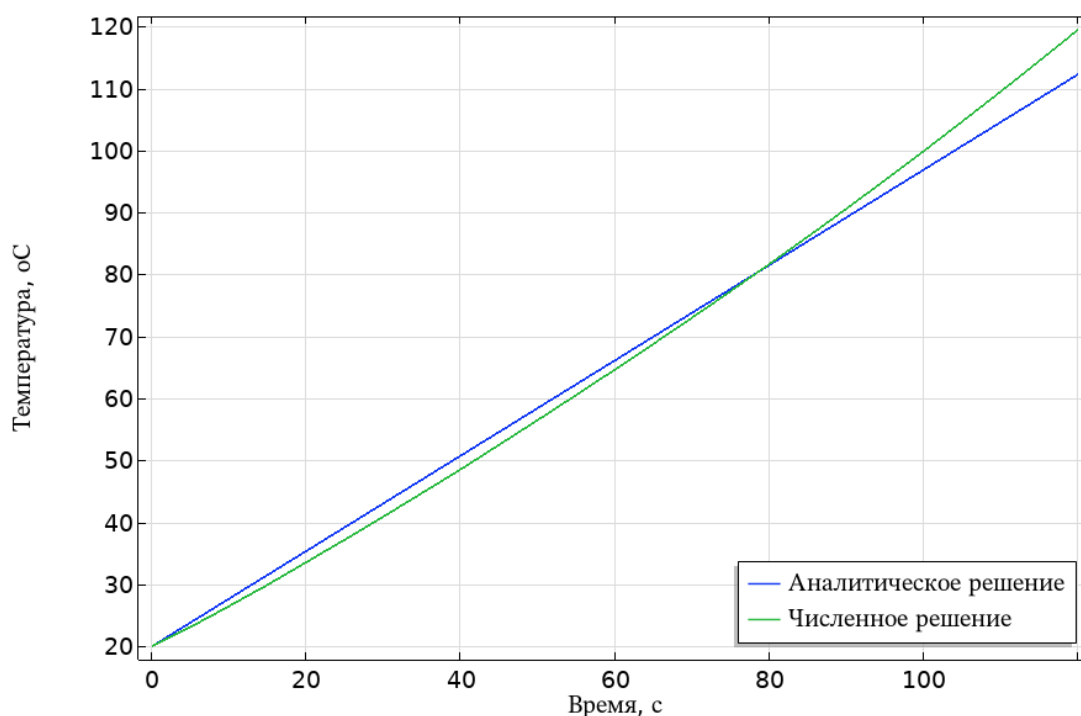


Рисунок 37 - Сравнение приближенного аналитического решения для температуры и численного решения. Взята точка $x=0,05$ м

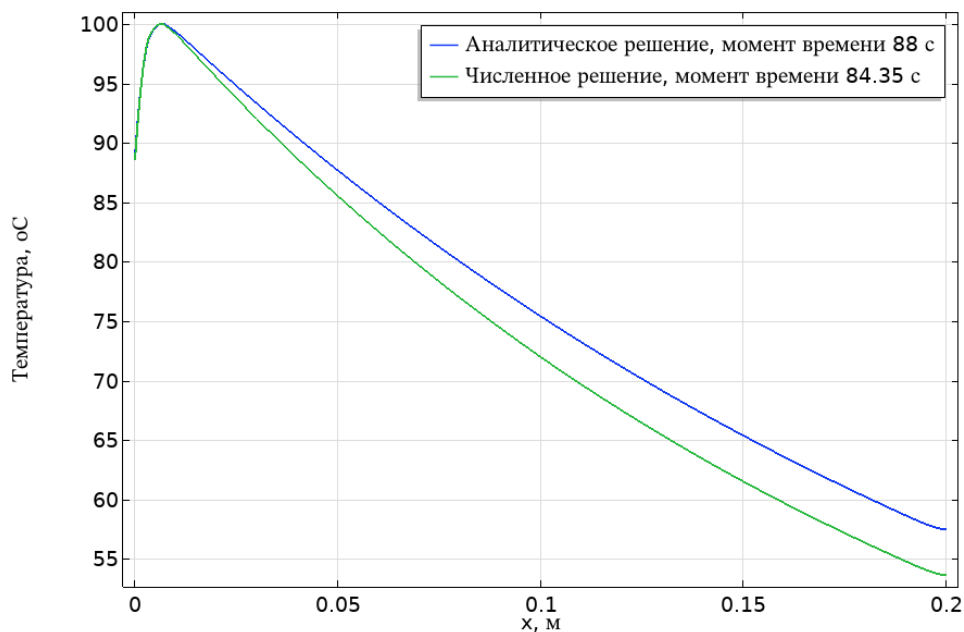


Рисунок 38 - Сравнение приближенного аналитического решения и численного решения для распределения температуры по глубине

Таким образом, учет влияния переменных электрофизических и теплофизических свойств на этап нагрева не столь значителен. Это характерно при условии использования средних значений величин для приближенной аналитической модели. В случае взятия начальных свойств угля (при начальной температуре и влажности) для аналитического решения, отличия могут быть существенными и достигать 35% по времени достижения температуры фазового перехода, и 3% по координате начала процесса сушки.

4.1.2. Этап электромагнитной сушки

Начальным условием для этапа сушки является температурное распределение, полученное на предыдущем этапе – этапе нагрева. За основу была взята система уравнений из 3-й главы, было численным образом просчитано движение границ фазового перехода между первой, второй и третьей зонами (рисунок 33). В ходе расчётов учитываются изменяющиеся по времени теплофизические и электрофизические свойства.

При моделировании был взят плоский слой угля с толщиной 0,2 м, начальной влажностью 22,2%. Кроме того, были рассчитаны профили изменения

температуры и влажности (рисунок 39). Для аналитического решения были выбраны средние по температуре и влажности параметры.

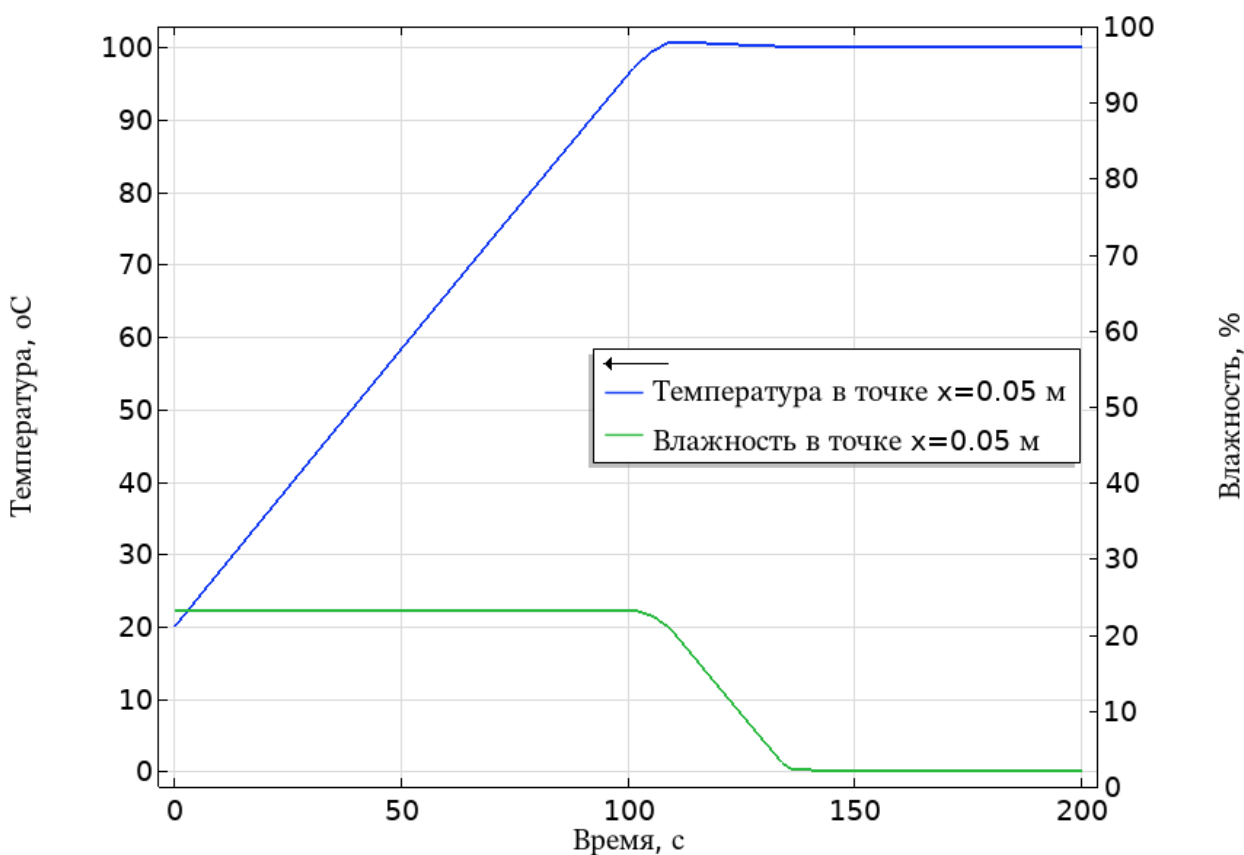


Рисунок 39 - Распределение температуры и влажности по времени (объединены 2 этапа – нагрев и сушка). Взята точка $x=0,05$ м

В силу пренебрежения диффузии влаги, как одного из допущений при получении аналитического решения главы 3, сушка начинается только в момент достижения температуры по слою температуры фазового перехода. Как уже отмечалось в предыдущем пункте, координаты начала сушки, определяемые из аналитического и численного методов решения, имеют весьма близкие значения. Однако, в силу увеличения эффективности поглощения СВЧ-энергии с ростом температуры, численное решение дает более раннее время начала сушки. Данный факт можно наблюдать из рисунка 40, позволяющего также определить время завершения сушки в одной из областей или области 3, в соответствии с рисунком 33.

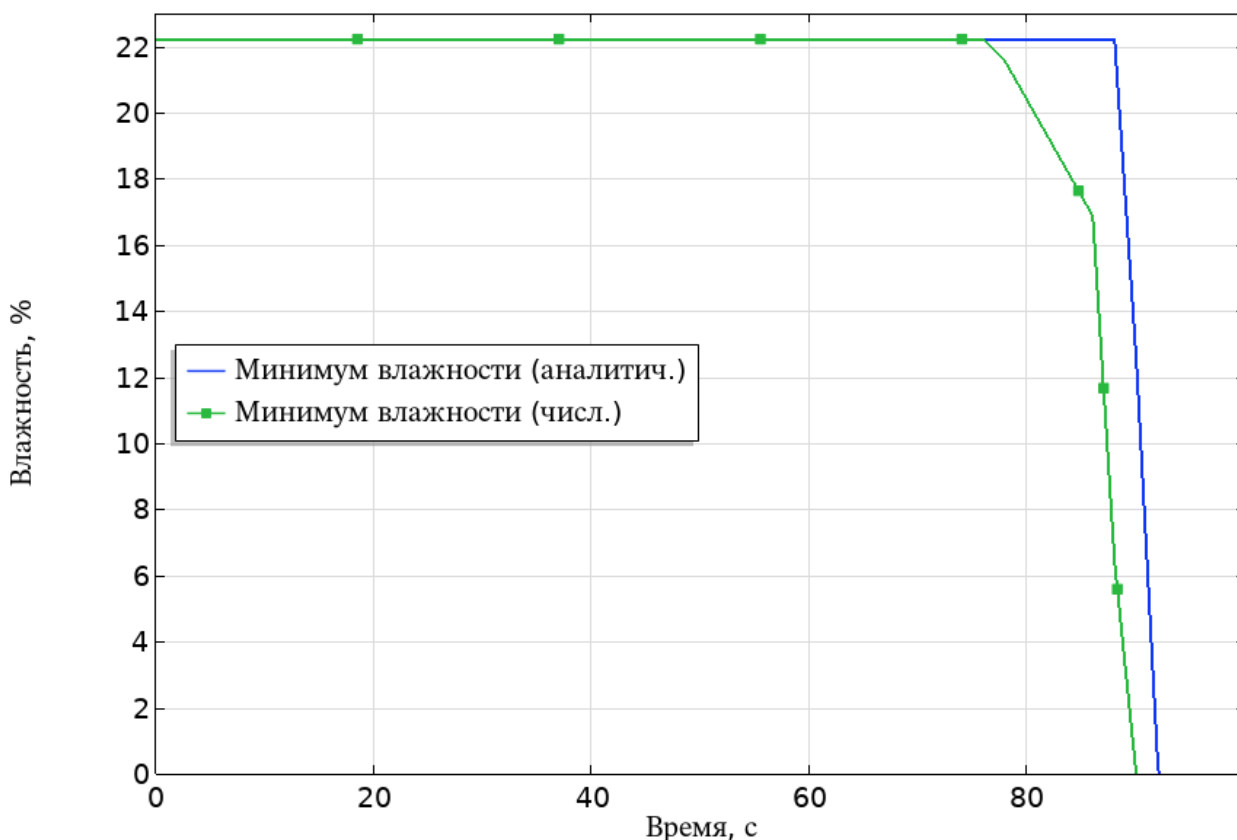


Рисунок 40 - Зависимость минимума влажности от времени СВЧ-обработки угольного слоя

Для сравнения на рисунке 41 приведены кривые температуры и влажности в определенной точке в зависимости от времени в произвольной точке $x=0,05$ м. При этом отличие по времени достижения температуры фазового перехода в данной точке отличается на 6%, а время окончания процесса сушки в заданной точке – на 5,8%. На рисунке 42 приведено сравнение максимальных значений влажности и температуры по слою в ходе СВЧ-обработки для численного и приближенного аналитического решений. На рисунке 43 приведен профиль скорости сушки по глубине слоя в разные моменты времени. При этом скорость движения левой границы фазового перехода, которая расположена ближе к охлаждаемой стороне, меньше по сравнению со скоростью правой границы, что также отражено на рисунке 42 при выходе максимального значения влажности на полочку. Время завершения процесса сушки для аналитического и численного решений этой задачи составило соответственно 353 с и 330 с.

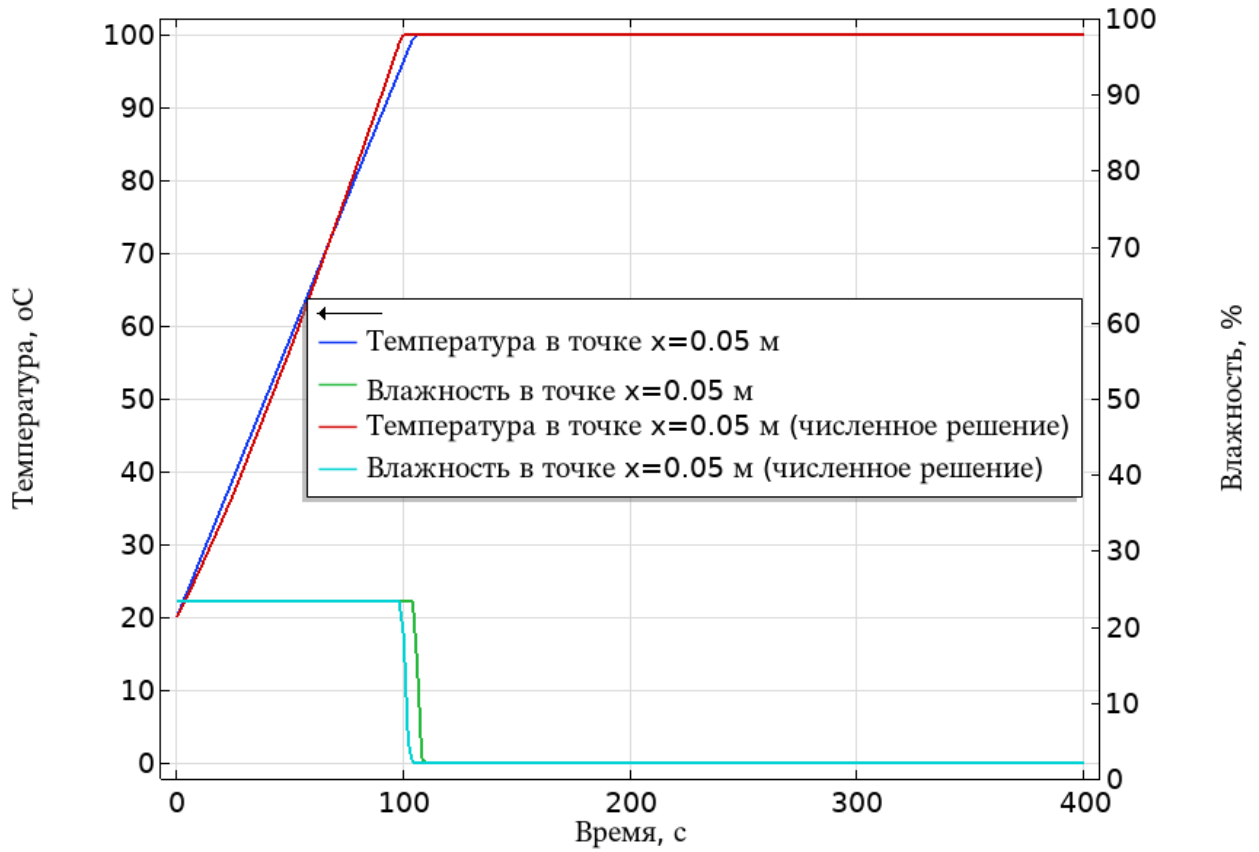


Рисунок 41 - Распределение температуры и влажности по времени (объединены 2 этапа — нагрев и сушка). Взята точка $x=0,05$ м

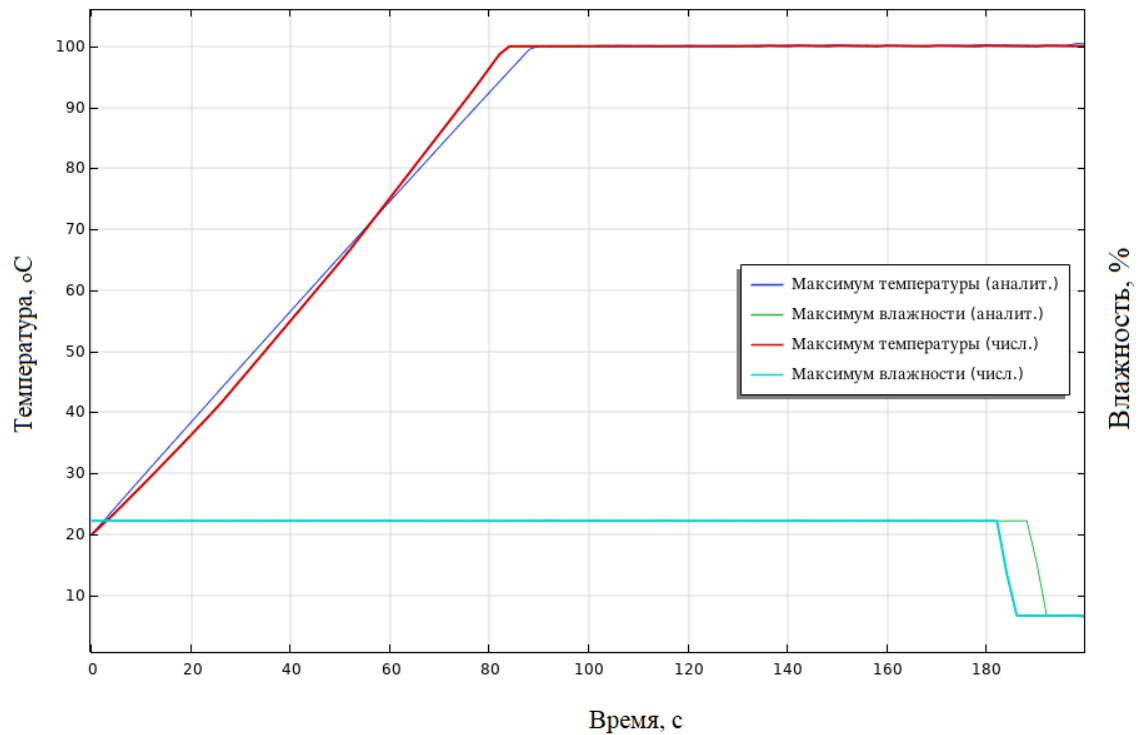


Рисунок 42 - Зависимость максимальных значений температуры и влажности по слою в ходе СВЧ-воздействия. Аналитическое и численное решения

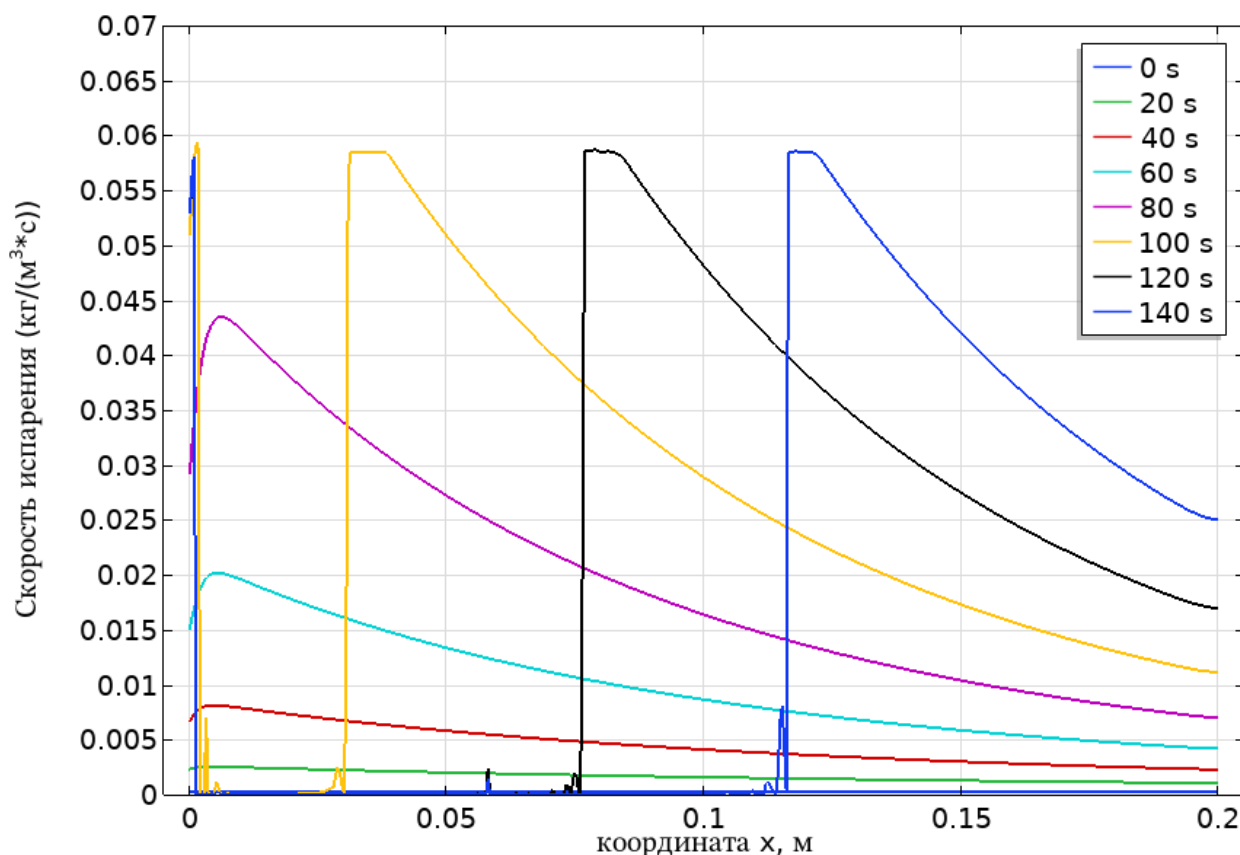


Рисунок 43 - Зависимость скорости испарения на разной глубине слоя. Численное решение

Из вычислений видно, что учет изменения теплофизических и электрофизических свойств угля, в зависимости от температуры и влажности, позволяет повысить точность по времени завершения сушки до 7%, времени начала сушки – до 6%, координату начала сушки – до 0,1%. Это позволяет говорить о достаточно высокой степени точности полученных аналитических решений. Приведённые оценки даны при условии усреднения свойств и их использования в аналитическом решении. Следует согласиться, что знание изменения теплофизических и электрофизических свойств необходимо как для аналитического, так и для численного решений. В противном случае подстановка начальных значений даст ошибки, многократно превышающие выше приведенные.

Однако, как отмечалось ранее, при постановке задачи, дающей приближенные аналитические решения, использовался ряд упрощений, в частности, пренебрегалось диффузией влаги, не учитывалась пористость

материала. Стоит, однако, заметить, что данные допущения не всегда позволяют достичь необходимого уровня точности. Поэтому в финальной части главы была поставлена задача смоделировать процессы СВЧ-нагрева и сушки с учетом ранее неучтенных процессов, получить численное решение и дать финальную оценку точности использования приближенных аналитических решений на примере бурого угля Таловского месторождения.

4.2. Постановка задачи СВЧ-нагрева и сушки плоского угольного слоя

В данной части работы стояла задача учета максимального количества параметров процесса СВЧ-обработки с целью получения предельно точного решения, учитывающего изменяющиеся теплофизические и электрофизические свойства угля в ходе процесса.

Была разработана модель многофазной пористой среды, представляющей собой уголь, подверженный радиационному нагреву. Фазами материала являются: твердый скелет тела, вода в виде жидкости и пара и воздух. Были учтены такие явления, как бинарная диффузия, поток из-за градиента давления, фазовые переходы. При этом были сделаны следующие допущения:

- а) отсутствие изменения давления на границе слоя угля;
- б) наличие термического равновесия между фазами;
- с) отсутствие изменений в пористости и объеме угля;
- д) упрощение геометрии образца (2D) в предположении плоского угольного слоя и равномерного потока СВЧ-излучения.

Начнем с описания модели тепло- и массопереноса.

4.3. Модель тепло- и массопереноса

4.3.1. Модель пористого тела

Образец угля был представлен в виде пористого материала, который представляет собой твердый скелет, жидкую воду и газ, состоящий из пара и воздуха.

Схематически образец угля представлен на рисунке 44.

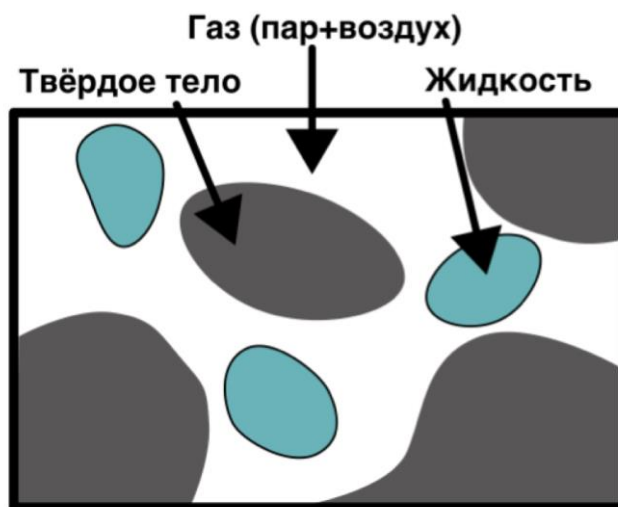


Рисунок 44 - Элементарный объем угля

При этом схема задачи показана на рисунке 45.

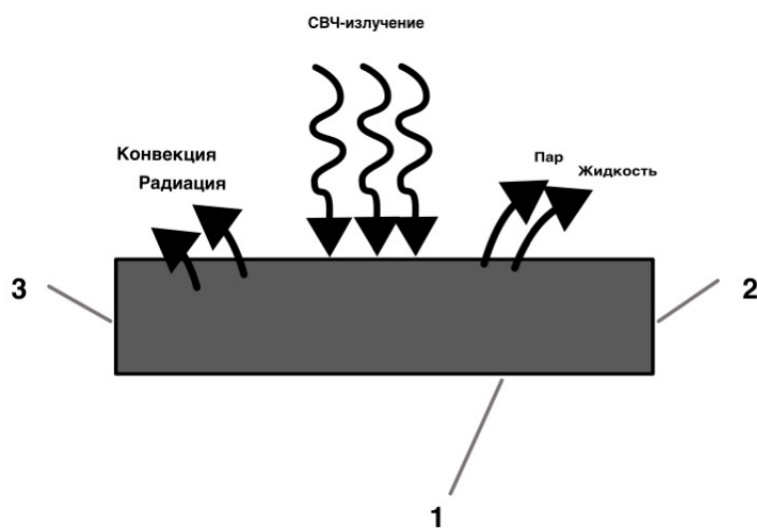


Рисунок 45 - Упрощенная 2D геометрия угольного слоя под воздействием СВЧ-излучения. 1 – закрытая граница, 2, 3 – открытые границы

Пористость угля задается отношением суммарного объема пор к объёму всего тела:

$$\phi = \frac{\Delta V_{пор}}{\Delta V} = \frac{\Delta V_{воды} + \Delta V_{газа}}{\Delta V} \quad (4.5)$$

При этом в модели предполагается, что скелет твердого тела в ходе СВЧ-обработки не меняется, и поэтому пористость также остается постоянной.

4.3.2. Скорости фаз внутри угля

Скорости жидкости и газа внутри пористого тела можно описать при помощи закона Дарси. При этом скорость фаз на поверхности для каждой из фаз (вода и газ):

$$v_{нов,i} = -\frac{k_i k_{r,i}}{\mu_i} \nabla P \quad (4.6)$$

Индекс i обозначает фазу. В свою очередь можно представить полное давление газа как сумму парциального давления пара и воздуха:

$$P = p_{пар} + p_{воздух} \quad (4.7)$$

Внутри угольного слоя, в зависимости от объёма, занимаемого каждой из фаз, можно расписать скорости как:

$$v_i = -\frac{1}{S_i \phi} \frac{k_i k_{r,i}}{\mu_i} \nabla P \quad (4.8)$$

Величина S_i представляет собой водонасыщенность или газонасыщенность соответственно. Поэтому S_i представляет собой отношение объёма, занимаемого фазой i , к объёму всей поры.

Для жидкой фазы также необходимо учесть влияние капиллярного давления, поэтому эффективное давления для воды:

$$p_{вода} = P - p_{капил} \quad (4.9)$$

В конечном итоге для скорости жидкости внутри пор, с учетом поправки на давление, можно записать:

$$v_{вода} = -\frac{1}{S_\epsilon \phi} \frac{k_\epsilon k_{r,\epsilon}}{\mu_\epsilon} \nabla P + \frac{1}{S_\epsilon \phi} \frac{k_\epsilon k_{r,\epsilon}}{\mu_\epsilon} \frac{\partial p_{капил}}{\partial S_\epsilon} \nabla S_\epsilon \quad (4.10)$$

При этом введя коэффициент капиллярной диффузии и концентрацию воды как:

$$\begin{aligned} D_\kappa &= -\frac{k_\epsilon k_{r,\epsilon}}{\phi \mu_\epsilon} \frac{\partial p_{капил}}{\partial S_\epsilon} \\ c_\epsilon &= \rho_\epsilon \phi S_\epsilon \end{aligned} \quad (4.11)$$

Окончательное выражение для скорости жидкой воды можно записать как:

$$v_{вода} = -\frac{1}{S_\epsilon \phi} \frac{k_\epsilon k_{r,\epsilon}}{\mu_\epsilon} \nabla P - \frac{D_\kappa}{c_\epsilon} \nabla c_\epsilon \quad (4.12)$$

4.3.3. Закон сохранения массы

Для записи закона сохранения массы для каждой из фаз необходимо учесть поток вещества фазы и фазовые переходы.

Для воды:

$$\frac{\partial c_\epsilon}{\partial t} + \nabla(v_\epsilon c_\epsilon) = -I \quad (4.13)$$

Для газа:

$$\frac{\partial c_z}{\partial t} + \nabla(v_z c_z) = I \quad (4.14)$$

Для пара необходимо учесть также эффект бинарной диффузии.

$$\frac{\partial c_n}{\partial t} + \nabla(v_z c_n) = \nabla \left(S_z \phi \frac{C^2}{\rho_z} M_{воздух} M_n D_z \nabla x_n \right) + I \quad (4.15)$$

$$\begin{aligned} c_v &= \omega_v c_g \\ c_a &= \omega_a c_g \\ \omega_a &= 1 - \omega_v \end{aligned} \quad (4.16)$$

4.3.4. Закон сохранения энергии

При записи закона сохранения энергии следует учесть такие явления, как конвекция (за счет движущихся фаз), кондуктивность, фазовый переход и источник тепла (из-за диссипации энергии электромагнитной волны внутри материала):

$$\left[\sum_{i=m, \text{в}, n, \text{воз}} (c_i c_{p,i}) \right] \frac{\partial T}{\partial t} + c_i v_i \nabla \left[\sum_{i=\text{в}, n, \text{воз}} (c_{p,i} T) \right] = \nabla (k_{\text{эф}} \nabla T) - \lambda I + Q(x, t) \quad (4.17)$$

При этом эффективная теплопроводность может быть рассчитана как средняя по всем фазам угля. В данной работе эта величина была измерена экспериментально.

Изменение фазы:

$$I = K \frac{M_v}{RT} (p_{n, \text{равн}} - p_n) \quad (4.18)$$

При этом давление пара, находящего в равновесии $p_{n, \text{равн}}$ в общем случае находится экспериментально.

4.3.5. Граничные условия

Давление на поверхности тела должно равняться давлению окружающей среды:

$$P|_S = P_{o.c.} \quad (4.19)$$

Поток воды на поверхности задается с помощью испарения:

$$j_{n, \text{в}}|_S = h_m \phi S_{\text{в}} (\rho_n - \rho_{n, o.c.}) \quad (4.20)$$

Поток пара:

$$j_{n, n}|_S = h_m \phi S_{\text{н}} (\rho_n - \rho_{n, o.c.}) \quad (4.21)$$

Поток тепла с поверхности задается при помощи конвекции, радиации, испарения воды на поверхности и удаления воды в виде пара.

$$q_n|_S = h(T - T_{o.c.}) + \sigma(T^4 - T_{o.c.}^4) - h_m \phi S_\varepsilon (\rho_n - \rho_{n,o.c.}) \lambda - h_m \phi (S_\varepsilon + S_z) (\rho_n - \rho_{n,o.c.}) c_{p,n} T \quad (4.22)$$

4.4. Поглощенная микроволновая мощность

Объемный источник тепла был представлен в виде закона Бугера, с учетом меняющейся мнимой части диэлектрической проницаемости и коэффициента поглощения в экспоненте по мере изменения температуры и влажности угля в заданной точке.

$$Q(x, t) = \frac{1}{2} \omega \varepsilon_0 \varepsilon''(x, t) |E_0|^2 e^{-k(x, t)x} \quad (4.23)$$

При этом диссипация энергии магнитного поля из-за низкой магнитной проницаемости угля нами не учитывалась.

Полная диэлектрическая проницаемость, определяющая глубину проникновения СВЧ-волн и эффективность преобразования энергии электрической компоненты волны в тепло, задается в виде:

$$\varepsilon = \varepsilon' + i \varepsilon'' \quad (4.24)$$

4.5. Численный расчет задачи СВЧ-нагрева и сушки, сравнение с результатом аналитического решения

При проведении численного моделирования был использован метод конечных элементов (МКЭ) по неявной схеме, путем разбиения расчетной области на сетку и перевода дифференциальных уравнений задачи (пункт 4.3) в систему обыкновенных дифференциальных уравнений, решаемых для каждого

узла сетки. Размер элементов подбирался из исследований на сеточную сходимость, с достижением отличия получаемых решений не более 0,1%.

При моделировании была использована 2D геометрия из-за равномерности потока СВЧ-излучения, как представлено на рисунке 45. Заданные размеры слоя составили: 0,2 м – высота, 0,4 м – ширина. При этом в качестве элементов сетки были использованы треугольники в количестве 3150 (рисунок 46).

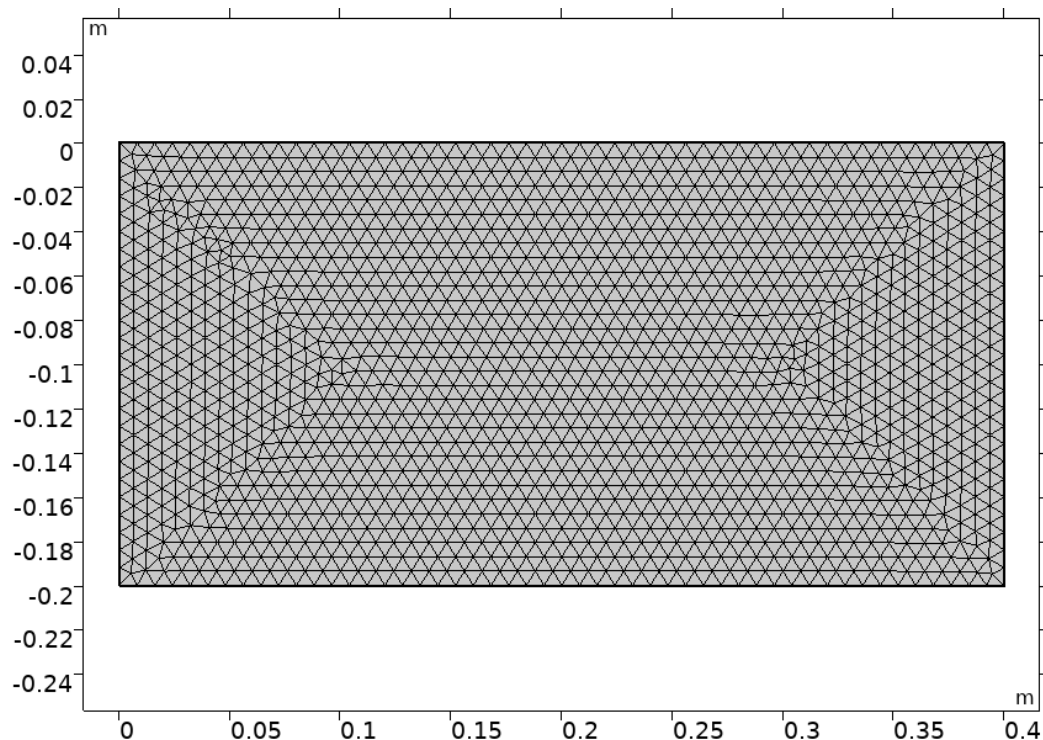


Рисунок 46 - Сетка для численных расчетов

4.6. Результаты

Результаты расчетов представлены на рисунках 47, 48, 49. Был взят момент времени $t=100$ с после начала СВЧ-обработки. Показано распределение температуры, влажности, скорости сушки по слою.

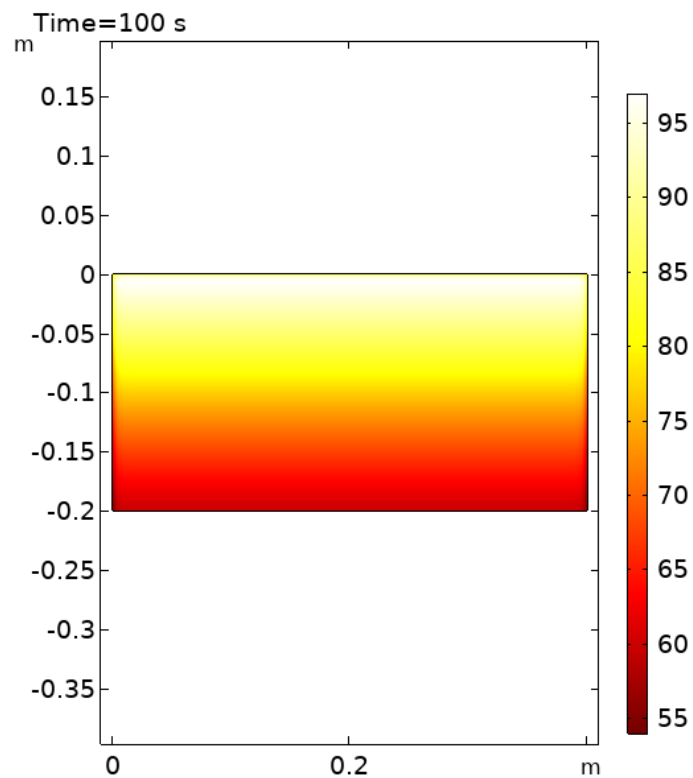


Рисунок 47 - Распределение температуры ($^{\circ}\text{C}$) по угольному слою, $t=100$ с. СВЧ-излучение падает на верхнюю границу

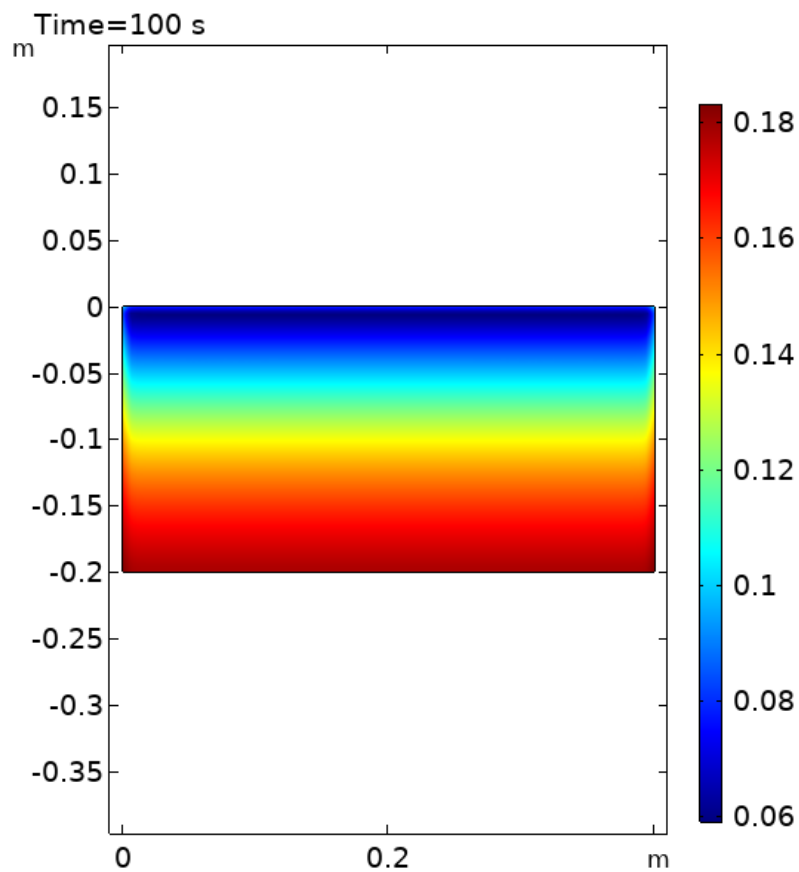


Рисунок 48 - Распределение влажности по угольному слою, $t=100$ с

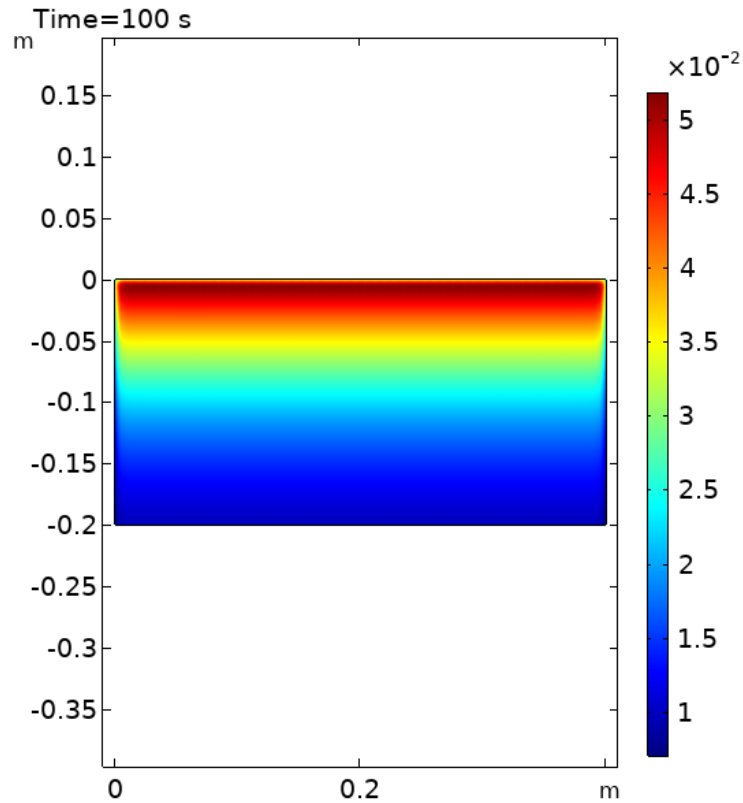


Рисунок 49 - Распределение скорости сушки $\text{кг}/(\text{м}^3\text{с})$ по угольному слою, $t=100 \text{ с}$

В результате применения закона Бугера потери энергии электромагнитной волны внутри угольного слоя можно представить в виде (рисунок 50).

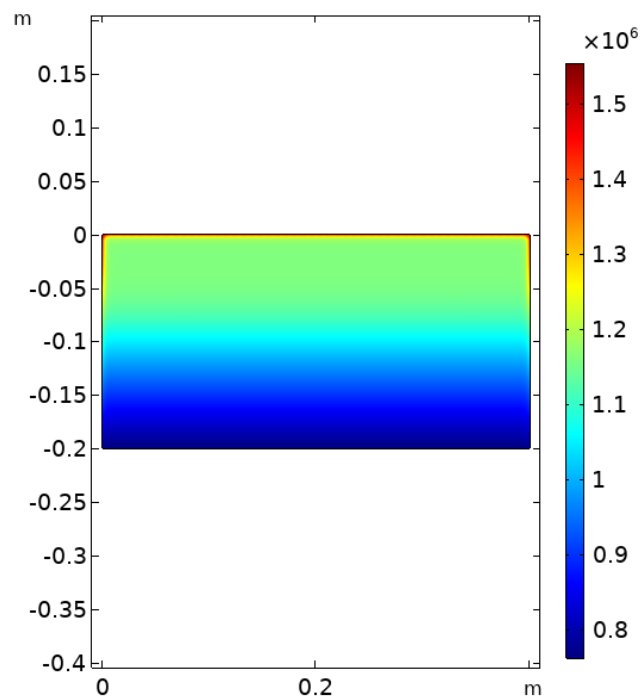


Рисунок 50 - Распределение поглощенной микроволновой мощности $\text{Вт}/\text{м}^3$ по угольному слою, $t=100 \text{ с}$

Для оценки точности полученных ранее аналитических и численных решений также было проведено сравнение с другими экспериментальными работами по нагреву и сушки диэлектриков [54,55] для этапа нагрева и сушки (рисунки 51,52).

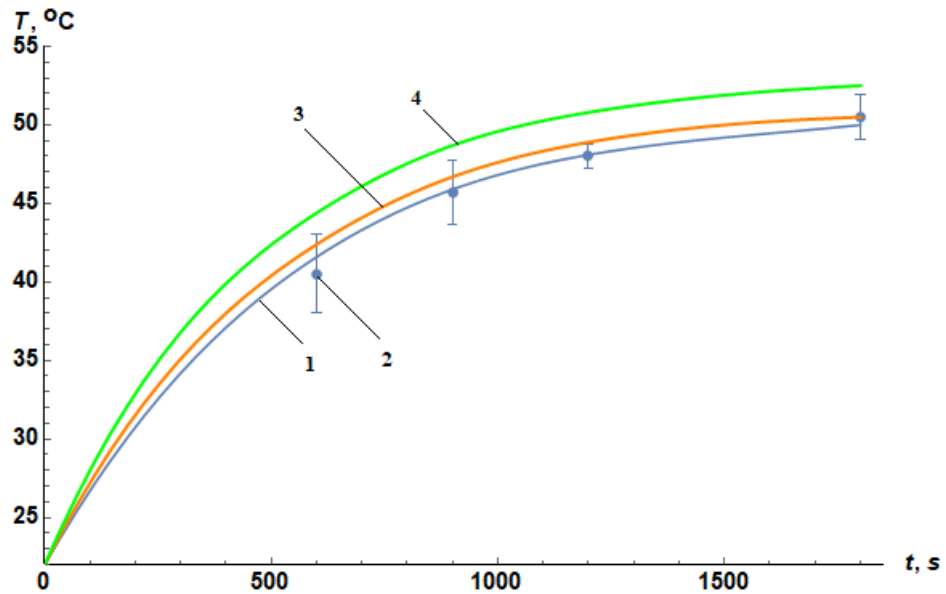


Рисунок 51 - Зависимость температуры слоя пористого материала (глубина 1.9 см) при нагреве: 1 – зависимость, численно полученная в работе других исследователей [54], 2 – экспериментальные данные с использованием МРТ [54], 3 – численное решение системы (положение 3), 4 – полученное аналитическое решение (положение 1)

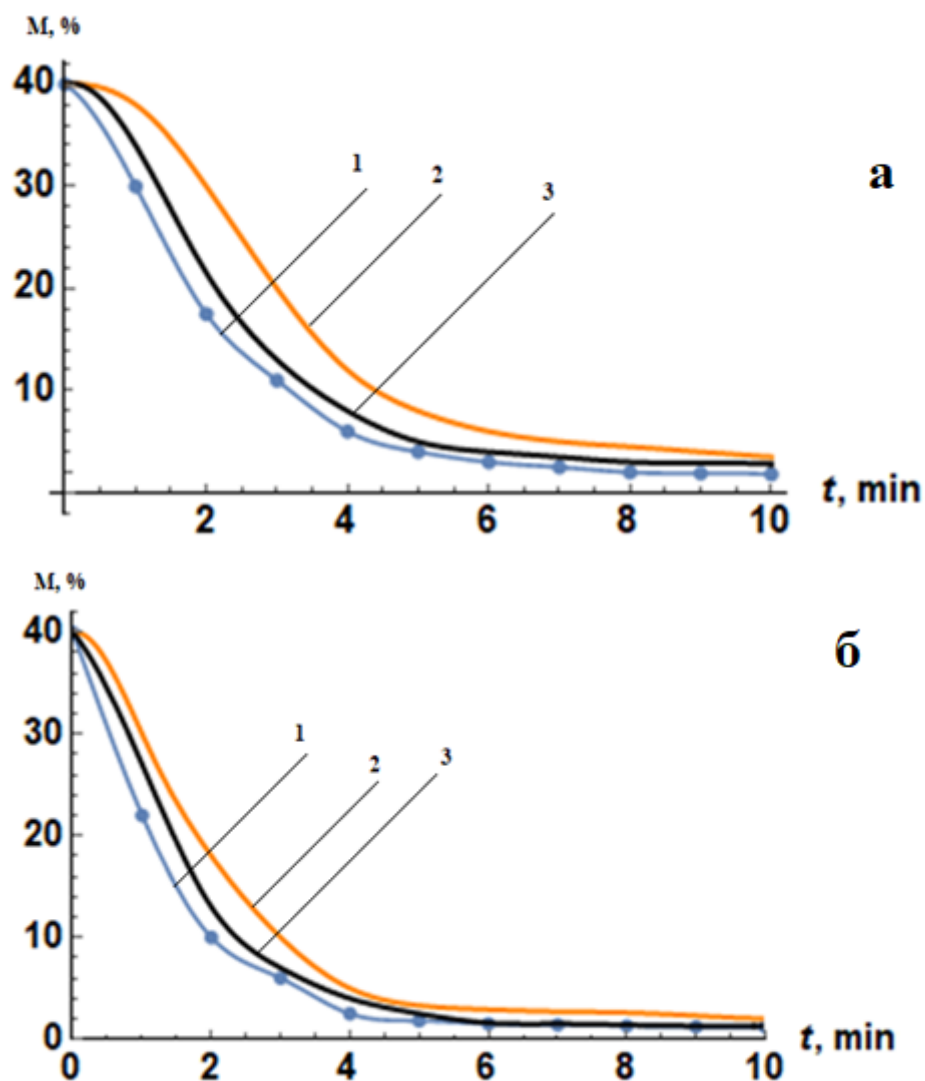


Рисунок 52 - Зависимости изменения влажности пробы ($M, \%$) от времени сушки t образца. 1 – эксперимент [55]; 2 – аналитическое решение; 3 – численное решение (с учетом диффузии). а – Мощность источника 300 Вт; б – Мощность источника 700 Вт

Из-за дополнительного условия теплосброса на боковых границах, распределение температуры граничной области несколько отличается от центральной части (рисунок 47). Однако кроме граничной области температура в слое не зависит от горизонтальной координаты. Это означает, что задача может быть решена в одномерном приближении, которое было развито в главе 3.

При этом в данной модели процесс сушки начинается практически моментально (что обусловлено, главным образом, диффузией влаги из-за градиентов давления, температуры). Изменение влажности, как ожидалось, снизило время нагрева до температуры фазового перехода на 14% (по сравнению

с результатом аналитического решения). При этом более раннее начало процесса снижения влажности уменьшило время сушки весьма значительно – до 25%. Координата достижения температуры фазового перехода отличается весьма слабо, различие составляет лишь 1%.

4.7. Выводы по главе 4

В данной главе было проведено построение численных расчётов с целью оценки точности приближенных аналитических решений по мере учёта изменения теплофизических и электрофизических свойств угля в ходе СВЧ-обработки. Как было показано при численном решении температура со временем по сравнению с аналитическим решением растёт быстрее. Главным образом это связано с ростом мнимой части диэлектрической проницаемости при увеличении температуры. При этом время достижения температуры начала фазового перехода отличается на 4%, а координата отличается менее чем на 0,1%. Что говорит о высокой степени точности полученных аналитических приближений, однако, стоит заметить, что в аналитических решениях были взяты усреднённые по температуре и влажности свойства, что говорит о необходимости их предварительного измерения.

Во второй части главы, была построена более подробная модель, учитывающая ряд дополнительных эффектов, среди которых пористость, диффузия и др. Данный этап был необходим для проверки приближений, при построении аналитических решений, взятых ранее в главе 3. Данная модель продемонстрировала более значительное отличие по времени завершения процесса сушки (до 25%), но координата достижения максимума температуры была определена с хорошей точностью (погрешность не более 1%). В заключении можно сказать, что полученные приближенные аналитические решения могут быть использованы для качественного анализа процессов СВЧ-нагрева и сушки бурого угля Таловского месторождения. С помощью данных решений удаётся определить важнейшие параметры, такие как температурное распределение, скорость сушки и др.

Заключение

Основными результатами работы являются следующие:

1. Разработана нелинейная математическая модель нагрева угольного слоя, получены приближенно-аналитические решения, позволяющие на их основе рассчитать нагрев угля, выбрать экологически щадящие режимы и др. В соответствии с законом Стефана-Больцмана задача является нелинейной и, вообще говоря, не имеет строгого аналитического решения. Для этого был произведен поиск асимптотических решений для больших и малых времен.

2. Была разработана и проанализирована математическая модель сушки угольного массива, результаты которой могут служить теоретической основой технологии интенсивного микроволнового воздействия на влажный материал. На этапе СВЧ-сушки задача решена приближенно аналитически. Процесс электромагнитной сушки рассмотрен как нелинейная задача Стефана с фазовым переходом «жидкость – пар». Динамика движения границы раздела фаз найдена в рамках квазистационарного приближения. Получены выражения для определения потерь влаги, расчета времени и скорости сушки.

3. Были поставлены и решены методом конечных элементов нелинейные задачи СВЧ-нагрева и сушки плоского слоя угля. Данные решения позволили учесть изменение основных теплофизических и электрофизических параметров на процесс и оценить точность полученных ранее приближенных аналитических решений: время сушки отличается на 7%, координата максимальной температуры отличается менее чем на 0,1%, время достижения температуры фазового перехода отличается на 4%.

4. Проведено комплексное экспериментальное исследование по измерению теплофизических и электрофизических свойств бурого угля Таловского месторождения. Показано, что в процессе изменения температуры и влажности угольного слоя ряд характеристик может существенно меняться, что влияет на эффективность СВЧ-нагрева и сушки.

Список публикаций по теме диссертации

1. Карелин В. А., Саломатов Вл.В., Пащенко С.Э., Саломатов Вас.В. Воздействие СВЧ-излучения на угольный слой в условиях несимметричного теплоотвода // Ползуновский вестник. – 2016. – №2. – С. 213-216
2. Карелин В. А., Саломатов Вл. В., Заворин А. С., Саломатов В. Вл., Пащенко С. Э. Термообработка угольного слоя СВЧ-энергией: аналитическое исследование в условиях теплосброса II и III рода // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2016. Т. 327. № 6. 15–24
3. Karelin V. A., Vl. V. Salomatov, Vas. V. Salomatov. Mathematical models of microwave heating of a coal mass with release of absorbed energy by the heat radiation law // Journal of Engineering Thermophysics, October 2016, Volume 25, Issue 4, P. 485–494
4. Karelin V. A., Salomatov Vl. V., Sladkov S. O., Salomatov Vas. V. Microwave drying of Moist Coals // Journal of Engineering Physics and Thermophysics - March 2017, Volume 90, Issue 2, P. 497–508
5. Karelin V. A., Salomatov Vl.V., Chernousov Y.D. Investigation of electrophysical properties of a control coal samples from Talovsky deposit in Siberia // Journal of Physics: Conference Series (JPCS). – 2018. – Vol. 1105. – Article 012103. – 6 p.
6. Karelin V. A., Zavorin A.S., Salomatov Vl.V., Tabakaev R.B., Salomatov V.V. Investigation of the elemental and technical composition and thermophysical properties of coal samples from the Talovsky deposit of Siberia // IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series. – 2018. – Vol. 1128. – Article No. 012101
7. Karelin V. A., Salomatov Vl.V., Salomatov Vas.V. The Coal's Layer Temperature Regime under Conditions of Heat Removal of Absorbed

- Microwave Energy by Radiation and Convection Simultaneously // Journal of Computer and Communications. – 2018. – Vol. 6. – P. 229-238.
8. Karelin V. A., Salomatov Vl.V., Salomaov Vas.V. Microwave drying modelling of wet materials with two non-stationary-mobile boundaries of phase transformations // Interfacial Phenomena and Heat Transfer Vol.6, No 2, 2018.
 9. Карелин В. А., Саломатов Вл. В., Саломатов В. Вл. Электромагнитная сушка влажных материалов с малой глубиной проникновения СВЧ-излучения в условиях тепло-сброса радиацией и конвекцией. I. Стадия прогрева // Известия ТПУ, Том 330 № 10 (2019)
 10. Карелин В. А., Саломатов Вл. В., Саломатов В. Вл. Электромагнитная сушка влажных материалов с малой глубиной проникновения СВЧ-излучения в условиях теплосброса радиацией и конвекцией. II. Стадия постоянной скорости сушки // Известия ТПУ, Т. 330. - № 12, 2019.
 11. Карелин В. А., Саломатов Вл. В., Саломатов В. Вл. Электромагнитная сушка влажных материалов с малой глубиной проникновения СВЧ-излучения в условиях теплосброса радиацией и конвекцией. III. Стадия падающей скорости сушки. Известия ТПУ, Том 331 № 4 (2020)
 12. Karelin V. A., Salomatov V.V. Mathematical modeling of microwave heat-ing of products with central symmetry // Conference proceedings of 17th International conference on Microwave and High Heating – AMPERE 2019. September 9-12, 2019. Valencia, Spain. – p. 285-290.
 13. Карелин В. А. Теоретический анализ микроволнового нагрева угольного слоя // Материалы 54-й международной научной студенческой конференции МНСК-2016, физика сплошных сред. с. 77.
 14. Карелин В. А., Саломатов Вл. В. Микроволновая обработка угольного массива при различных режимах тепло-сброса поглощенной энергии // Сборник научных трудов Международной научно-технической конференции студентов и молодых ученых, г. Новосибирск, 18-20 апреля 2017 г., часть 4, стр. 34-37.

15. Карелин В. А., Саломатов Вл. В. Математическое моделирование СВЧ-обработки угольного топлива // Всероссийская конференция «XXXIII Сибирский теплофизический семинар», Новосибирск, 6-8 июня 2017. – Новосибирск: ИТ СО РАН, 2017. – 342 с. – С. 228.
16. Karelin V. A., Salomatov Vl. V. Study of microwave drying of wet materials based on one-dimensional two-phase model // Joint 12th International Conference: "Two-Phase Systems for Space and Ground Applications" and 2nd International School of Young Scientists "Interfacial Phenomena and Heat Transfer" 11–16 September 2017, Novosibirsk
17. Карелин В. А., Саломатов Вл.В. Исследование электрофизических свойств угля Таловского месторождения Сибири // Всероссийская конференция с элементами школы для молодых ученых «XXXIV Сибирский теплофизический семинар», Новосибирск, 27-30 августа 2018. – Новосибирск: ИТ СО РАН, 2018. – 255 с. – С. 166
18. Карелин В. А., Заворин А.С., Саломатов Вл.В., Табакаев Р.Б. Исследование элементного и технического состава, теплофизических свойств контрольных проб угля Таловского месторождения Сибири // В сб. тезисов докладов III Всероссийской научной конференции с элементами школы молодых учёных «Теплофизика и физическая гидродинамика». Ялта, Республика Крым, 10-16 сентября 2018 г. С. 192.
19. Karelin V. A., Salomatov Vl.V. Analytical solutions for microwave drying of coal fuel and its applications // 12th The European Conference on Fuel and Energy Research and its Applications, UK. Cardiff University, 2018. – P. 106.
20. Karelin V. A. The coal's layer temperature regime under conditions of heat removal of absorbed microwave energy by radiation and convection simultaneously // The 3rd Int'l Conference on Microwave and Terahertz Technology, 2018. – P. 57.

Список обозначений

ϕ – пористость;

k_i – абсолютная проницаемость, м^2 ;

$k_{r,i}$ – относительная проницаемость;

μ_i – вязкость, $\text{Па} \cdot \text{с}$;

c_i – концентрация фазы i , $\text{кг} / \text{м}^3$;

ρ_i – плотность фазы i , $\text{кг} / \text{м}^3$;

ω_i – массовая доля фазы i ;

x_i – молярная доля фазы i (отношение молярной концентрации фазы к молярной концентрации всех компонент);

M_a – молярная масса воздуха, $\text{кг} / \text{моль}$;

M_v – молярная масса пара, $\text{кг} / \text{моль}$;

$D_{\text{eff},g}$ – коэффициент эффективной газовой диффузии, $\text{м}^2 / \text{с}$;

D_c – коэффициент капиллярной диффузии, $\text{м}^2 / \text{с}$;

I – объёмная скорость испарения, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3 \text{с}}$;

h_m – коэффициент массообмена пара, $\text{м} / \text{с}$;

q – поток тепла, $\text{Вт} / \text{м}^2$;

h – коэффициент теплопередачи, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}}$;

λ – удельная теплота парообразования воды, $\text{Дж} / \text{кг}$;

K – константа скорости испарения, $1 / \text{с}$;

ω – угловая частота, Гц ;

R – универсальная газовая постоянная, $\frac{\text{м}^2 \text{кг}}{\text{с}^2 \text{К} \cdot \text{моль}}$;

$\rho_{v, \text{amb}}$ – плотность пара в окружающей среде, $\text{кг} / \text{м}^3$;

Фазы i :

s – твердое тело;

w – вода;

g – газ;

a – воздух;

v – пар;

$c_{p,i}$ – удельная теплоёмкость фазы i , $\frac{\text{Дж}}{\text{кг К}}$;

$p_{v,eq}$ – равновесное давление пара, Па;

P_{amb} – давление внешней среды, Па;

p_c – капиллярное давление, Па;

p_i – давление фазы i , Па;

$j_{n,i}$ – общий поток массы фазы i , $\frac{\text{кг}}{\text{м}^2 \text{с}}$;

C – молярная плотность, моль / м^3 ;

Q – источник тепла, $\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \text{с}}$;

$k_{\text{свч}}$ – коэффициент ослабления СВЧ – излучения в законе Бугера, $1/\text{м}$;

S_i – насыщенность фазы i ;

k_{eff} – эффективная теплопроводность, $\frac{\text{Вт}}{\text{м К}}$;

k_i^{th} – теплопроводность, $\frac{\text{Вт}}{\text{м К}}$;

Список литературы

1. Marland S., Han B., A. Merchant, Rowson N. The effect of microwave radiation on coal grindability // Fuel. – 2000. – Vol. 79. – Issue 11. – P. 1283-1288.
2. Lester E. and Kingman S.W. The Effect of microwave preheating on five different coals // Fuel. – 2004. – Vol. 83. – P. 1941-1947.
3. Seehra M.S., Kalra A., Manivannan A. Dewatering of fine coal slurries by selective heating with microwaves // Fuel. – 2007. – Vol. 86. – P. 829-834.
4. Subba Rao T., Murthy V. R. K., Viswanathan B. Review of perovskite ceramics—microwave dielectric resonator materials // Journal Ferroelectrics. – 1990. – Vol. 102. – Issue 1. – P. 155-160.
5. Uslu T., Atalay Ü., Arol A. I. Effect of microwave heating on magnetic separation of pyrite // Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects. – 2003, – Vol. 225. – Issues 1–3. – P. 161-167.
6. Rowson N.A, Rice N. Desulphurization of coal using low power microwave energy // Mineral Engineering. – 1990. – Vol. 3. – P. 363-371.
7. Xia D.K., Pickles C.A. Applications of Microwave Energy in extractive Metallurgy, a Review // CIM Bulletin. – 1990. – Vol. 90. – P. 96-107.
8. Глуханов Н. П. Физические основы высокочастотного нагрева. – Москва-Ленинград: Машиностроение, 1965. – 80 с.
9. Нетушил А. В., Жуховицкий Б. Я., В.Н. Кудин и др. Высокочастотный нагрев диэлектриков и полупроводников. – Госэнергоиздат, 1959. – 480 с.
10. Rosa R., Veronesi P., Leonelli C. A review on combustion synthesis intensification by means of microwave energy // Chem. Eng. Process. Process Intensif. – 2013. Vol. 71. – P. 2–18.
11. Cheng J., Roy R., Agrawal D. Experimental proof of major role of magnetic field losses in microwave heating of metal and metallic composites // J. Mater. Sci. Lett. – 2001. – Vol. 20. – P. 1561–1563.

12. Roy R., Peelamedu R., Grimes C., Cheng J., Agrawal D. Major phase transformations and magnetic property changes caused by electromagnetic fields at microwave frequencies // *J. Mater. Res.* – 2002. – Vol. 17. – P. 3008–3011.
13. Cao Z., Wang Z., Yoshikawa N., Taniguchi S. Microwave heating origination and rapid crystallization of PZT thin films in separated H field // *J. Phys. D: Appl. Phys.* – 2008. – 41 p.
14. Cherradi G., Desgardin J., Provost B. R., Wasner R., Hoffmann S. et al., Electric and Magnetic field contributions to the microwave sintering of ceramics // *Proc. 4th Int. Conf. on Electronic.* – 1994. – P. 1219-1224.
15. Richard E. Haimbaugh. *Practical Induction Heat Treating* // ASM International. – 2015. – 8 p.
16. Horikoshi S., Sumi T., Serpone N. Unusual effect of the magnetic field component of the microwave radiation on aqueous electrolyte solution // *J. Microw. Power Electromagn. Energy.* – 2012. – Vol. 46. – P. 215–228.
17. Horikoshi S., Serpone M., Eds. *Microwaves in Nanoparticle Synthesis Fundamentals and Applications* // Wiley-VCH, John Wiley & Sons: Berlin, Germany. – 2013. – 332 p.
18. Peng Z., Hwang J.-Y., Park C.-L., Kim B.-G., Onyedika G. Numerical Analysis of Heat Transfer Characteristics in Microwave Heating of Magnetic Dielectrics // *Metallurgical and Mater. Trans.* – 2012. – Vol. 43. – P. 1070–1078.
19. Basak T. Influence of various shapes of annular metallic support on microwave heating of 2D cylinders // *Chem. Eng. Sci.* – 2006. – Vol. 61. – P. 2023–2034.
20. Sun J., Wang W., Zhao C., Zhang Y., Ma C., Yue Q. Study on the Coupled Effect of Wave Absorption and Metal Discharge Generation under Microwave Irradiation // *Ind. Eng. Chem. Res.* – 2014. – Vol. 53. – P. 2042–2051.
21. Ripley E.B., Oberhaus J.A. Melting and Heat Treating Metals Using Microwave Heating // *Ind. Heat.* – 2005. – Vol. 72. – P. 65–69.
22. Patent № US005843287A United States, Method for recovering metals from waste., 1998 / Wicks, G.G.; Clark, D.E.; Schulz, R.L.

23. Yongsawatdigul J., Gunasekaran S. Microwave–vacuum drying of cranberries: part II. Quality evaluation // *Journal of Food Processing and Preservation*. – 1996. – Vol. 20. – Issue 2. – P. 145-156.
24. Gunasekaran S. Pulsed microwave-vacuum drying of food materials // *Drying Technology*. – 1999. – Vol. 17(3). – P. 395-412.
25. Jones S. B., Blonquist Jr J. M., Robinson D. A., Rasmussen V. Philip and Or D. Standardizing Characterization of Electromagnetic Water Content Sensors: Part 1 // *Methodology. Vadose Zone Journal*. – 2005. – P. 1048-1058.
26. Hutcheon R.M., De Jong M.S and Adams F.P. A system for Rapid Measurement of RF and Microwave Properties up to 1400oC // *Journal of Microwave Power and Electromagnetic Energy*. – 1992. – Vol.27(2). – P. 87-92.
27. Tinga W.R. Microwave dielectric constants of metal oxides at high temperature: part II // *Electromagnetic Energy Reviews*. – 1989. – Vol. 2. – No.1. – P. 1-6.
28. Tinga W.R. Microwave dielectric constants of metal oxides at high temperature: part I // *Electromagnetic Energy Reviews*. – 1988. – Vol. 1. – No.5. – P. 2-6.
29. Rybakov K.I., Olevsky E.A., Krikun E.V. Microwave Sintering: Fundamentals and Modeling // *J.Am.Ceram. Soc.* – 2013. – Vol. 96. – P. 1003–1020.
30. Hill J. M., Marchant T. R. Modelling microwave heating // *Appl. Math. Model.* – 1996. – Vol. 20. – P. 3–15.
31. Chandrasekaran S., Ramanathan S., Basak T. Microwave Material Processing-A Review // *Aiche J.* – 2012. – Vol. 58. – P. 330–363.
32. Datta A.K. Porous media approaches to studying simultaneous heat and mass transfer in food processes. I: Problem formulations // *Journal of Food Engineering*. – 2007. – Vol. 80. – P. 80- 95.
33. Ni H., Datta A.K., Torrance K.E. Moisture transport in intensive microwave heating of biomaterials: a multiphase porous media model // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 1999. – Vol. 42. – P. 1501-1512.
34. Лыков А. В. Теория сушки. – М: Энергия, 1968. – 472 с.

35. Лыков А. В., Максимов Г. А. Тепло- и массообмен в капиллярнопористых телах. – М- Л.: Госэнергоиздат, 1957. – 656 с.
36. Domenico Acierno, Anna A. Barba, Matteo d'Amore, Innocenzo M. Pinto, Vincenzo Fiumara. Microwaves in soil remediation from VOCs. 2. Buildup of a dedicated device // AIChE Journal. – 2004. – Vol. 50(3). – P. 722 - 732.
37. Evans A. A., Keey R. B. Definition and variation of diffusion coefficients when drying capillary-porous materials // The Chemical Engineering Journal. – 1975. – Vol. 10. – Issue 1. – P. 135-144.
38. Pickles C.A. Microwave drying of nickeliferous limonitic laterite ores // Canadian Metallurgical Quarterly. – 2005. – Vol. 44. – No.3. – P. 397-408.
39. Казакова О. А. Исследование состава минеральной части угля Таловского месторождения Томской области как энергетического топлива : Кандидатская диссертация. - Томск: Томский пол. ун-т, 2006.
40. Емешев В.Г., Паровинчак М.С. Без привозной энергетики // Нефтегазовая отрасль. – 2005. – № 17. – С. 63-65.
41. Табакаев Р.Б., Хаустов С.А., Черкашина Г.А., Казаков А.В. Низкосортное топливо Томской области: перспективы энергетического использования // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. – 2015. – Т. 326. – № 9. – С. 106-113.
42. Брандт А. А. Исследование диэлектриков на сверхвысоких частотах. – Государственное издательство физико-математической литературы, 1963. – 404 с.
43. Саломатов В. В. Методы расчета нелинейных процессов теплового переноса. – Томск: изд-во ТГУ, 1978. –Т. 2. – 245 с.
44. А. В. Лыков. Теория теплопроводности. – Издательство "Высшая школа", 1967. – 600 с.
45. Рубинштейн Л. И. Проблема Стефана. – Рига: Изд-во Звайгзле, 1967. – 457 с.
46. Мейрманов А. М. Задача Стефана // Новосибирск: Наука. – 1986. – 240 с.

47. Канторович Б. В. Основы теории горения и газификации твердого топлива // М.: Изд-во АН СССР. – 1958. – 600 с.
48. Делягин Г. Н. Сжигание водообводненного топлива в виде водоугольных суспензий // М.: Изд-во АН СССР. – 1967. – 500 с.
49. Григорьев К. А. Математическое моделирование процесса сушки угля // Научно-технические ведомости СПбГТУ. – 2000. – № 4. – С. 119-122.
50. Тахауов А. А. Математическое моделирование СВЧ-нагрева диэлектриков с учетом фазовых переходов: Кандидатская диссертация. – Казань, 2011. – 124 с.
51. Саломатов В.В. Методы расчета нелинейных процессов переноса тепла // Томск: Изд-во Томского госуниверситета. – 1978. – 250 с.
52. Lamt G., Clapeiran B. Metaire sur la solidification per refoodissement dun glob solid // Ann. De Chemie et de Physic. – 1831. – Vol. XLVII. – P. 250-262.
53. Карслоу Х., Егер Д. Теплопроводность твердых тел // М.: Наука. – 1964. – 489 с.
54. Vineet Rakesh and Ashim K. Datta. Microwave Combination Heating: Coupled Electromagnetics - Multiphase Porous Media Modeling and MRI Experimentation // AIChE Journal. – 2012. – Vol. 58. – No. 4. – P. 1262-1278.
55. Jie-Feng Zhu, Jian-Zhong Liu, Jun-Hong Wu, Jun Cheng, Jun-Hu Zhou, Ke-Fa Cen. Thin-layer drying characteristics and modeling of Ximeng lignite under microwave irradiation // Fuel Processing Technology. – 2015. – Vol. 130. – P. 62-70.